ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ
Инженерный институт

ТЕОРИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

**Методические указания
для самостоятельной работы**

НОВОСИБИРСК 2022

Кафедра сельскохозяйственных машин

УДК 004:519.86

Составители: П.С. Вагайцев

Рецензент: к.т.н. доцент С.Н. Бурков

Теория транспортных процессов и систем: метод. указания для самостоятельной работы / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т; сост.: П.С. Вагайцев. – Новосибирск, 2022. – 32 с.

Предназначены для студентов Инженерного института НГАУ обучающихся по направлению подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов при выполнении самостоятельной работы по дисциплине «Теория транспортных процессов и систем».

Утверждены методическим советом Инженерного института (протокол №2 от 29 сентября 2022 г.).

Введение

Стремление организовать бизнес, сделать его более эффективным и рентабельным требует от работника, работающего в области логистики, умения и навыков использования инструментов экономического анализа и оптимизации моделей логистических систем и цепей поставок. В условиях высокой неопределённости рыночной экономики особенно важно уметь оптимизировать показатели работы цепи поставок или логистической системы в той или иной сфере бизнеса. Умение представить анализируемые процессы для системы логистики, например моделью системы управления запасами или сетевой моделью, и выбрать оптимальные варианты решений при анализе логистических процессов позволит обеспечить наибольшую рентабельность бизнеса

Целью методических указаний является оказание помощи студенту в приобретении практических навыков при решении оптимизационных задач, при решении транспортных процессов, связанных с перевозкой грузов, при моделировании и решении задач на системы массового обслуживания.

В работе приведены вопросы для подготовки студентов к занятиям, задания к контрольной работе, а также методические указания и примеры по ее выполнению. Контрольная работа состоит из 3 задач из различных разделов изучаемой дисциплины. Номер варианта для выполнения контрольной работы выдаётся преподавателем для каждого студента индивидуально.

Цели и задачи изучения дисциплины

Цель дисциплины теория транспортных процессов и систем:

- формирование профессиональных знаний и практических навыков выстраивания процееса обеспечения организций транспортом и материально-технического обеспечения корпоративного транспорта

Задачи дисциплины:

- освоение и использование аппарата математического моделирования производственных процессов на автомобильном транспорте на основе методов математического программирования;
- ознакомление с методиками проектирования автотранспортных систем доставки грузов и расчета потребности в транспортных средствах;
- уяснение роли, состояния и перспектив развития экономико-математических методов при организации автомобильных перевозок в рыночных условиях с учетом трудовых, материальных, технико-эксплуатационных и организационных ограничений.

Содержание и организация самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов рассматривается как одна из форм обучения, которая предусмотрена ФГОС и рабочим учебным планом по направлению подготовки 23.03.01 – Технология транспортных процессов. Целью самостоятельной (внеаудиторной) работы студентов является обучение навыкам работы с учебной и научной литературой и практическими материалами, необходимыми для изучения курса дисциплины теория транспортных процессов и систем и развития у них способностей к самостоятельному анализу полученной информации.

В процессе изучения дисциплины студент может выполнять следующие виды и объемы самостоятельной работы:

1. Подготовку к текущим занятиям

При подготовке к текущим занятиям учащийся должен изучить материал на заданную тему по конспектам лекций и дополнительно по учебнику, а затем ответить на контрольные вопросы по каждой теме:

Тема 1 Понятие о транспортных системах и процессах. Классификация систем

1. Дайте определение основных объектов исследования в теории моделирования?
2. Назовите отличия модели с системы?
3. Классификация систем?
4. В чём отличие оптимизационных моделей от информационных моделей? Какие из моделей более широко применяются?
5. Общая постановка задачи математического моделирования, порядок её составления и элементы, входящие в неё?

Тема 2.1 Задачи, приводимые к транспортным задачам

1. Приведите пример транспортного процесса, который можно описать транспортной задачей?
2. Общая запись транспортной задачи, какие величины будут приниматься за переменные величины?
3. Виды транспортных задач?
4. Дайте определение тарифу перевозки?

Тема 2.2 Составление опорного плана перевозок различными способами

1. Что такое опорный план транспортной задачи?
2. Опишите порядок определения опорного плана методом северо-западного угла?
3. Опишите порядок определения опорного плана перевозок методом наименьшего элемента?
4. Опишите порядок определения опорного плана перевозок методом Фогеля?
5. Какие способы составления опорного плана применяются? Какой способ является самым приближенным к оптимальному, какой способ является самым простым и быстрым?
6. Как проверяется правильность составления опорного плана?
7. В каких случаях необходимо в опорный план добавлять условно заполненные клетки? Каким образом выбирается клетка куда будет выполнена нулевая поставка груза?

Тема 2.3 Метод потенциалов для определения оптимального плана перевозок

1. Дайте определение понятию потенциал?
2. Чему равно количество потенциалов в транспортной задаче, как определяются потенциалы?
3. Почему первый потенциал выбирается произвольно, и для какого поставщика или потребителя предпочтительнее его выбирать?
4. Что такое косвенные издержки, для каких клеток они рассчитываются?
5. В каком случае план перевозок можно считать оптимальным?
6. Каким образом производится улучшение плана перевозок? Как проверить что новый план перевозок лучше предыдущего?
7. Как определяется объём перераспределения груза в транспортной задаче?

Тема 2.4 Задачи о назначениях, венгерский метод для решения задач о назначениях

1. Дайте определение задаче о назначениях?
2. Какие транспортные процессы сводятся к задачам о назначениях?
3. Какое обязательное требование при решении задач о назначениях?
4. Опишите порядок решения задачи о назначениях на минимум венгерским методом, а также приведите примеры таких задач?
5. Опишите правила решения задачи о назначениях на максимум венгерским методом, а также примеры таких задач?
6. Почему задачи о назначениях не решаются как обычные транспортные задачи?

Тема 3.1 Задачи, сводимые к системам массового обслуживания (СМО), классификация СМО

1. Дайте определение системы массового обслуживания?
2. Что такое входящий поток требований на обслуживание? Приведите примеры? Какому закону распределения он подчиняется?
3. Что такое случайны поток требований, какими основными свойствами он обладает?
4. Приведите основные классификационные признаки систем массового обслуживания?
5. Что такое канал обслуживания? Как определяется время обслуживания?

Тема 3.2 СМО разомкнутые и замкнутые, особенности решения таких задач

1. Какие СМО считаются разомкнутыми? Приведите пример
2. Дайте определение очереди в системе массового обслуживания? Приведите пример открытых СМО где очереди отсутствуют?
3. Какие типы очередей по способу обслуживания существуют?
4. По каким основным критериям оценивается качество работы открытой СМО?
5. Какие СМО можно назвать замкнутыми? Приведите примеры
6. По каким показателям оценивается качество работы замкнутой СМО?
7. Что такое состояние системы? Основные состояния одноканальной СМО?
8. Как определяется средняя длина очереди в замкнутой СМО?

2. Подготовка к промежуточному тестированию

В течение семестра после изучения ряда разделов дисциплины студентам предоставляется возможность работы с заданиями для самоконтроля и проверки остаточных знаний по изученному материалу. При подготовке студентов к промежуточной аттестации преподаватель информирует их о правилах проведения аттестации и поясняет основные моменты содержания тем.

Промежуточный контроль выполняется в виде контрольных заданий. Каждому студенту выдаётся индивидуальное задание, которое ему необходимо выполнить.

3. Выполнение и защита контрольной работы

Контрольная работа – это наиболее эффективный метод оценки знаний студентов и проверки усвоенного материала. Проведение контрольных работ позволяет определить способности студентов к логическому мышлению и изложению определенной точки зрения по конкретным проблемам дисциплины. Такие работы показывают, насколько студенты владеют умением использовать приобретенные знания в процессе анализа конкретных проблем.

Контрольные работы предъявляются преподавателю в соответствии с графиком самостоятельной работы, защищаются преподавателю во время занятия или в часы консультаций. Защита проходит в форме устного опроса, форма отчетности – «зачтено». При наличии существенных замечаний работы возвращаются на доработку.

График выполнения контрольных работ

Неделя	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
График					Кр 1 (3 семестр)									Защ			

3.1 Общие указания по выполнению контрольной работы

Целью контрольной работы является закрепление знаний по основам моделирования транспортных процессов.

Исходные данные для выполнения контрольной работы учащийся выбирает исходя из выданного преподавателем варианта из списка заданий для контрольной работы, приведенных ниже. Учащийся обязан выполнить три задания. Варианты заданий определяются следующим образом: в каждом задании исходные данные выбираются из двух таблиц или рисунков, при этом из первой таблицы студент выбирает номер исходного задания исходя из первой цифры варианта, а из второй таблицы согласно второй цифры варианта

Работа оформляется на листах писчей бумаги формата А4 (210 х 297 мм).

На титульном листе указывается номер контрольной работы, вариант работы, соответствующий выданному преподавателем.

При выполнении каждого задания учащийся сначала приводит его текст, а затем отвечает на поставленную задачу. При решении заданий нет необходимости каждое выполненное действие подробно описывать, достаточно краткого вывода. Однако **необходимо** к каждой задаче сделать полный развернутый ответ. Допускается вычерчивание схем и графиков в контрольной работе при помощи карандаша и линейки.

Рекомендуемый объем контрольной работы 10-15 листов машинописного текста, включая титульный лист.

3.2 Задания для контрольной работы

Задание №1

Автомобильная компания «Альянс Renault-Nissan» в России поставляет автомобиля для продажи из трёх автомобильных заводов, находящихся в Ижевске, Тольятти и Москве автомобили в 6 дилерских центров, расположенных в Уфе, Санкт-Петербурге, Новосибирске, Краснодаре, Пензе и Кургане. Объёмы производства заводов компании в следующем квартале составят величины, указанные в таблице 3. Ежеквартальная потребность дилерских центров в автомобилях представлена в таблице 4. Стоимость доставки одного автомобиля от каждого завода до дилерского центра показана в таблице 5. Нужно составить такой план доставки автомобилей, чтобы транспортные затраты были минимальными. Опорный план найти методом наименьшего элемента. Оптимальный план найти методом потенциалов.

Таблица 3 - Квартальные производственные мощности заводов альянса Renault-Nissan, шт.

Первая цифра варианта КР	Завод альянса Renault-Nissan		
	Ижевск	Тольятти	Москва
0	1300	1500	1200
1	2000	1000	1000
2	1500	1500	1000
3	1600	1600	800
4	1000	1500	1500
5	1200	1200	1600
6	1000	2000	1000
7	1800	800	1400
8	1500	1200	1300
9	1300	1000	1700

Таблица 4 – Потребность дилерских центров в автомобилях, шт.

Вторая цифра варианта КР	Расположение дилерского центра					
	Уфа	Санкт-Петербург	Новосибирск	Краснодар	Пенза	Курган
0	600	500	400	900	900	700
1	800	600	500	800	600	700
2	600	1000	500	800	600	500
3	500	900	700	600	400	900
4	700	1100	800	400	500	500
5	400	800	800	600	600	800
6	700	800	500	900	400	700
7	600	900	700	900	600	300
8	800	1000	600	800	400	400
9	600	800	800	600	600	600

Таблица 5 - Стоимость доставки одного автомобиля от завода изготовителя до дилерского центра, тыс.руб.

Расположение завода изготовителя	Стоимость доставки автомобиля до дилерского центра					
	Уфа	Санкт-Петербург	Новосибирск	Краснодар	Пенза	Курган
Ижевск	1	4	5	4,5	2	2,5
Тольятти	1,5	5	6	3	1,5	2
Москва	3	2,5	8,5	6	3	4,5

Задание №2

У автотранспортной компании имеется n автомобилей разных марок. Автомобили разных марок имеют разную грузоподъёмность q_i (*т*) и разные удельные эксплуатационные затраты c_i (*$/км*). Компания получила заказы от m клиентов на перевозку грузов. Причём в каждом заказе указан объём перевозимого груза Q_j (*т*) и расстояние перевозки $\boldsymbol{L_j}$ (*км*). Требуется, используя табличный процессор Excel, оптимальным образом назначить автомобили на рейсы для выполнения заказов клиентов, полагая тарифы на перевозки одинаковыми

Таблица 6 – Имеющийся на предприятии парк транспортных средств, и транспортные издержки

Первая цифра варианта КР	Характеристики		Марка автомобиля				
			A	B	C	D	E
1	2	3	4	5	6	7	8
0	Количество автомобилей, *шт*		2	2	2	2	2
	Грузоподъёмность, *т*	q_i	20	16	8	5	2,5
	Удельные затраты, *$/км*	c_i	0,8	0,55	0,35	0,25	0,13
1	Количество автомобилей, *шт.*		3	2	1	1	2
	Грузоподъёмность, *т*	q_i	20	16	8	5	2,5
	Удельные затраты, *$/км*	c_i	0,8	0,55	0,35	0,25	0,13
2	Количество автомобилей, *шт.*		1	3	2	1	1
	Грузоподъёмность, *т*	q_i	20	16	8	5	2,5
	Удельные затраты, *$/км*	c_i	0,8	0,55	0,35	0,25	0,13
3	Количество автомобилей, *шт.*		2	1	4	0	3
	Грузоподъёмность, *т*	q_i	20	16	8	5	2,5
	Удельные затраты, *$/км*	c_i	0,8	0,55	0,35	0,25	0,13
4	Количество автомобилей, *шт.*		1	2	3	2	1
	Грузоподъёмность, *т*	q_i	20	16	8	5	2,5
	Удельные затраты, *$/км*	c_i	0,8	0,55	0,35	0,25	0,13

1	2	3	4	5	6	7	8
5	Количество автомобилей, *шт.*		3	3	1	2	1
	Грузоподъёмность, *т*	$\boldsymbol{q}_i$	10	8	12	7	6
	Удельные затраты, *$/км*	$\boldsymbol{c}_i$	0,6	0,55	0,75	0,25	0,23
6	Количество автомобилей, *шт.*		3	2	2	2	3
	Грузоподъёмность, *т*	$\boldsymbol{q}_i$	10	8	12	7	6
	Удельные затраты, *$/км*	$\boldsymbol{c}_i$	0,6	0,55	0,75	0,25	0,23
7	Количество автомобилей, *шт.*		1	2	1	3	2
	Грузоподъёмность, *т*	$\boldsymbol{q}_i$	10	8	12	7	6
	Удельные затраты, *$/км*	$\boldsymbol{c}_i$	0,6	0,55	0,75	0,25	0,23
8	Количество автомобилей, *шт.*		1	2	1	2	2
	Грузоподъёмность, *т*	$\boldsymbol{q}_i$	10	8	12	7	6
	Удельные затраты, *$/км*	$\boldsymbol{c}_i$	0,6	0,55	0,75	0,25	0,23
9	Количество автомобилей, *шт.*		1	3	1	3	2
	Грузоподъёмность, *т*	$\boldsymbol{q}_i$	10	8	12	7	6
	Удельные затраты, *$/км*	$\boldsymbol{c}_i$	0,6	0,55	0,75	0,25	0,23

Таблица 7 – Заказы на перевозки грузов

Вторая цифра варианта КР	Характеристики	Клиенты								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Q_j, *т*	55	45	75	125	10	15	35	25	65
	L_j, *км*	25	75	125	50	40	70	60	20	10
2	Q_j, *т*	90	45	20	120	10	50	80	55	10
	L_j, *км*	12	24	36	55	17	20	30	15	40
3	Q_j, *т*	50	300	30	25	100	75	50	10	40
	L_j, *км*	40	32	45	65	20	15	100	44	18
4	Q_j, *т*	10	50	40	90	10	25	40	5	70
	L_j, *км*	50	60	70	18	20	10	12	25	28
5	Q_j, *т*	45	55	175	25	100	35	15	65	25
	L_j, *км*	40	32	45	65	20	15	100	44	18
6	Q_j, *т*	90	45	20	120	10	50	80	55	10
	L_j, *км*	12	24	36	55	17	20	30	15	40
7	Q_j, *т*	5	35	30	25	100	75	50	10	40
	L_j, *км*	25	75	125	50	40	70	60	20	10
8	Q_j, *т*	100	35	45	95	15	125	35	5	50
	L_j, *км*	50	60	70	18	20	10	12	25	28
9	Q_j, *т*	65	25	35	15	10	125	35	25	65
	L_j, *км*	14	22	35	10	44	19	27	40	50

Задание №3

Логистический центр сети магазинов «Холидей-классик» имеет n пандусов для постановки на погрузку машины. Среднее время погрузки машины составляет $T_{погр}$ минут. На погрузку приезжает в среднем λ машин в час. Из-за расположения логистического центра, стоянка около логистического центра ограничена и составляет k машин. Определить основные параметры данной системы.

Таблица 8 - Среднее число прибывающих на погрузку машин и время загрузки одной машины, мин

Первая цифра зачётной книжки	Среднее число прибывших машин	Среднее время загрузки машины
	λ	$T_{погр}$
0	5,5	18
1	7	15
2	8	12
3	10,5	9
4	6	16
5	6,5	15
6	9	12
7	6,2	19
8	4	26
9	3,5	30

Таблица 9 - Число пандусов для погрузки и максимальное число машин, ожидающих погрузку.

Вторая цифра зачётной книжки	Число пандусов	Количество мест для ожидания погрузки
0	5	4
1	2	3
2	3	2
3	4	2
4	5	2
5	2	3
6	4	2
7	3	2
8	4	3
9	2	2

3.3 Методические указания по выполнению контрольной работы

Методические указания к заданию №1

Автомобильная компания «Альянс Renault-Nissan» в России поставляет автомобили для продажи из трёх автомобильных заводов, находящихся в Ижевске, Тольятти и Москве поставляет автомобили в 6 дилерских центров, расположенных в Уфе, Санкт-Петербурге, Новосибирске, Краснодаре, Пензе и Кургане. Объёмы производства заводов компании в следующем квартале составят величины, указанные в таблице 3. Ежеквартальная потребность дилерских центров в автомобилях представлена в таблице 4. Стоимость доставки одного автомобиля от каждого завода до дилерского центра показана в таблице 5. Нужно составить такой план доставки автомобилей, чтобы транспортные затраты были минимальными. Опорный план найти методом наименьшего элемента. Оптимальный план найти методом потенциалов.

Завод альянса Renault-Nissan		
Ижевск	Тольятти	Москва
1500	1000	1500

Расположение дилерского центра					
Уфа	Санкт-Петербург	Новосибирск	Краснодар	Пенза	Курган
500	900	700	600	400	900

Расположение завода изготовителя	Стоимость доставки автомобиля до дилерского центра					
	Уфа	Санкт-Петербург	Новосибирск	Краснодар	Пенза	Курган
Ижевск	1	4	5	4,5	2	2,5
Тольятти	1,5	5	6	3	1,5	2
Москва	3	2,5	8,5	6	3	4,5

Предварительно проверим баланс производственных мощностей заводов А, с потребностью дилерских центров в автомобилях В.

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 1000 + 2000 + 1000 = 4000$$

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + B_4 + B_5 + B_6 = 500 + 900 + 700 + 600 + 400 + 900 = 4000$$

Так как $A = B$, то задача является закрытой.

Определим опорный план методом наименьшего элемента.

Среди всех стоимостей перевозки одного автомобиля выбираем самую наименьшую. Это стоимость перевозки одного автомобиля из Ижевского завода в дилерский центр Уфы $c_{11} = 1$. Будем делать поставку в клетку $(1;1)$

1а	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4}	^{5}	^{4,5}	^{2}	^{2,5}	1000
1000	^{1,5} -	^{5}	^{6}	^{3}	^{1,5}	^{2}	
1500	^{3} -	^{2,5}	^{8,5}	^{6}	^{3}	^{4,5}	
Остатки	0						

Определим объём поставок в эту клетку как минимум из остатков объёма автомобилей на первом заводе и вместимости первого дилерского центра. Так как автомобили ещё не распределялись между заводами и дилерскими центрами, то остатки равны соответственно значениям объёма произведённых автомобилей первым заводом и вместительностью первого дилерского центра: 1500 авто и 500 авто соответственно. Минимальным будет остаток 500 авто, поэтому поставляем в клетку $(1;1)$ 500 автомобилей.

Пересчитываем остатки: с первого завода осталось перевезти $1500 - 500 = 1000$ автомобилей, а вместимость первого дилерского центра стала равна $500 - 500 = 0$. Вычёркиваем из дальнейшего рассмотрения первый дилерский центр.

Переходим к следующему шагу метода наименьшего элемента. Среди всех оплат на перевозку автомобиля в оставшейся части таблицы выбираем наименьшую оплату. Их несколько, это стоимость перевозки из второго завода в первый дилерский центр $c_{21} = 1,5$, и из второго завода в пятый дилерский центр $c_{25} = 1,5$, но так как в первый дилерский центр больше поставлять автомобили нет необходимости, поэтому рассмотрим поставки в клетку $(2;5)$

Определим объём поставок в эту клетку. Перевозки со второго завода к пятому дилерскому центру ещё не планировались, тогда остатки автомобилей для завода и вместимость дилерского центра равны: для завода – 1000, а для дилерского центра – 400. Минимальным будет остаток 400 авто. Поставляем 400 авто в клетку $(2;5)$

1б	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4}	^{5}	^{4,5}	^{2} -	^{2,5}	1000
1000	^{1,5} -	^{5}	^{6}	^{3}	^{1,5} 400	^{2}	600
1500	^{3} -	^{2,5}	^{8,5}	^{6}	^{3} -	^{4,5}	
Остатки	0				0		

Пересчитываем остатки: для второго завод остатки будут: $1000 - 400 = 600$. А для пятого дилерского центра $400 - 400 = 0$.

Переходим к следующему шагу метода. Опять находим среди всех оплат оставшейся таблицы наименьшую. Это оплата перевозки из второго завода в шестой дилерский центр $c_{26} = 2$ тыс. руб. за авто. Для поставки выбираем клетку $(2;6)$.

1в	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4}	^{5}	^{4,5}	^{2} -	^{2,5}	1000
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	0
1500	^{3} -	^{2,5}	^{8,5}	^{6}	^{3} -	^{4,5} -	
Остатки	0				0	300	

Остатки равны: для завода - $600 - 600 = 0\textit{авто}$, для дилерского центра $900 - 600 = 300$. Второй завод убираем из дальнейших расчётов.

Переходим к следующему шагу. Определяем клетку для поставок, это будет клетка $(1;6)$.

1г	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4}	^{5}	^{4,5}	^{2} -	^{2,5} 300	700
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	0
1500	^{3} -	^{2,5}	^{8,5}	^{6}	^{3} -	^{4,5} -	
Остатки	0				0	0	

Пересчитываем остатки: для завода: $1000 - 300 = 700$, для дилерского центра $300 - 300 = 0$. Шестой дилерский центр вычёркиваем из расчётов.

Переходим к следующему шагу. Снова определим клетку для перевозок: это клетка $(3;2)$.

1д	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5}	^{4,5}	^{2} -	^{2,5} 300	700
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	0
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5}	^{6}	^{3} -	^{4,5} -	600
Остатки	0	0			0	0	

Остатки будут равны: для завода $1500 - 900 = 600$ и для дилерского центра $900 - 900 = 0$. Приступаем к следующему шагу.

Следующей точкой для поставки автомобилей будет точка $(1;4)$.

Остатки составят: $700 - 600 = 100$ автомобилей для первого завода и $600 - 600 = 0$ для четвёртого дилерского центра

1е	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5}	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	100
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	0
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5}	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	600
Остатки	0	0		0	0	0	

Так как оставшиеся на заводах автомобили осталось перевезти в третий дилерский центр, то все остатки автомобилей будут перевезены туда.

1ж	500	900	700	600	400	900	Остатки
1500	1 500	4 -	5 100	4,5 600	2 -	2,5 300	0
1000	1,5 -	5 -	6 -	3 -	1,5 400	2 600	0
1500	3 -	2,5 900	8,5 600	6 -	3 -	4,5 -	0
Остатки	0	0	0	0	0	0	

Проверяем баланс остатков: для дилерского центра 700, и для заводов 100+600=700. Баланс есть.

Будем искать оптимальный план. Для этого применим метод потенциалов.

Методом потенциалов оптимальный план будем находить пошагово. На каждом шаге метода осуществляем переход от одного опорного плана к другому, выполняя следующие действия:

1. Вычислим потенциалы заводов и дилерских центров.
2. Вычислим косвенные издержки для свободных клеток.
3. Проверим признак оптимальности плана.
4. Одну из свободных клеток выбираем для перераспределения автомобилей.
5. Для выбранной клетки строим цикл перераспределения автомобилей.
6. Пометим клетки цикла знаками «+» и «-».
7. Определим объём перераспределения автомобилей.
8. Строим новый опорный план.

1) Вычислим потенциалы заводов и дилерских центров по заполненным и условно заполненным клеткам.

Произвольно задаём значение одного из потенциалов, например, положим значение потенциала для третьего завода u_3 равным нулю.

2а	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	1 500	4 -	5 100	4,5 600	2 -	2,5 300	
1000	1,5 -	5 -	6 -	3 -	1,5 400	2 600	
1500	3 -	2,5 900	8,5 600	6 -	3 -	4,5 -	0
v_j		2,5	8,5				

Рассмотрим третью строку. В ней ищем нерассмотренные заполненные и условно заполненные клетки. Такие клетки есть, это клетки $(3;2)$ и $(3;3)$.

По этим клеткам определяем потенциал второго и третьего дилерских центров: $v_2 = u_3 + c_{32} = 0 + 2,5 = 2,5$ и $v_3 = u_3 + c_{33} = 0 + 8,5 = 8,5$.

Больше нерассмотренных и заполненных и условно заполненных клеток в третьей строке нет. Переходим к вычисленному потенциалу v_2. Это потенциал второго дилерского центра. Рассмотрим второй столбец. Так как в этом столбце нет больше заполненных клеток, поэтому через этот потенциал вычислить другие потенциалы нет возможности, поэтому перейдём к следующему потенциалу. Это потенциал третьего дилерского центра $v_3 = 8,5$. Рассмотрим третий столбец. В этом столбце есть заполненная клетка $(1;3)$. По этой клетке определяем потенциал первого завода: $u_1 = v_3 - c_{13} = 8,5 - 5 = 3,5$. Больше нерассмотренных заполненных и условно заполненных клеток в третьем столбце нет, поэтому переходим к следующему шагу.

2б	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j		2,5	8,5				

Следующим шагом рассмотрим первую строку и нерассмотренные в ней клетки. Такие клетки есть, это клетки $(1;1)$, $(1;4)$ и $(1;6)$.

2в	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8		6	

По этим клеткам определим потенциалы соответственно первого, четвёртого и шестого дилерских центров. Их потенциалы будут соответственно: $v_1 = u_1 + c_{11} = 3,5 + 1 = 4,5$, $v_4 = u_1 + c_{14} = 3,5 + 4,5 = 8$ и $v_6 = u_1 + c_{16} = 3,5 + 2,5 = 6$

Переходим к следующему шагу. По полученному потенциалу v_6 определим потенциал второго завода $u_2 = v_6 - c_{26} = 6 - 2 = 4$

2г	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	4
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8		6	

Переходим к следующему шагу. По известному потенциалу второго завода определим потенциал пятого дилерского центра $v_5 = u_2 + c_{25} = 4 + 1,5 = 5,5$

2д	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	4
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	5,5	6	

Все потенциалы заводов и дилерских центров вычислены, поэтому переходим к выполнению следующего шага метода потенциалов.

2) Вычислим косвенные издержки свободных клеток, которые обозначим Δ_{ij}. Косвенные издержки свободных клеток вычисляем по формуле: $\Delta_{ij} = c_{ij} - (v_j - u_i)$.

$\Delta_{12} = 4 - (2,5 - 3,5) = 3;$ $\Delta_{15} = 2 - (5,5 - 3,5) = 0;$ $\Delta_{21} = 1,5 - (4,5 - 4) = 1;$
$\Delta_{22} = 5 - (2,5 - 4) = 3,5;$ $\Delta_{23} = 6 - (8,5 - 4) = 1,5;$ $\Delta_{24} = 3 - (8 - 4) = -1;$
$\Delta_{31} = 3 - (4,5 - 0) = -1,5;$ $\Delta_{34} = 6 - (8 - 0) = -2;$ $\Delta_{35} = 3 - (5,5 - 0) = -2,5;$
$\Delta_{36} = 4,5 - (6 - 0) = -1,5.$

3) Проверяем признак оптимальности плана: если для всех свободных клеток косвенные издержки положительные $\Delta_{ij} \geq 0$, то опорный план является оптимальным.

План не оптимальный, так как $\Delta_{24} < 0$, $\Delta_{31} < 0$, $\Delta_{34} < 0$, $\Delta_{35} < 0$, $\Delta_{36} < 0$.

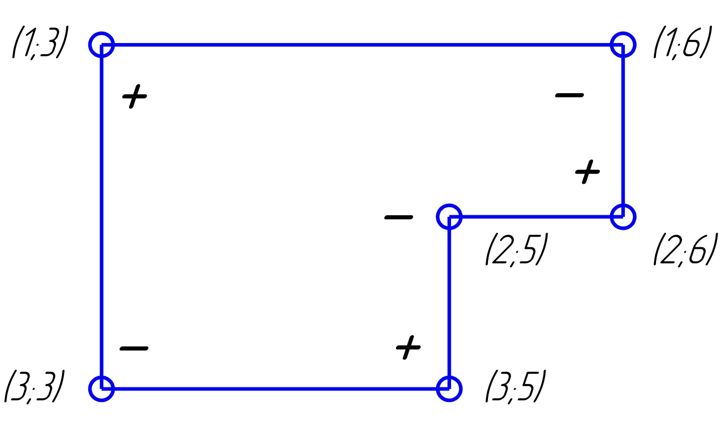
Вычислим, для проверки суммарные затраты на перевозку при данном плане

$$Z_1 = 1 \cdot 500 + 2,5 \cdot 900 + 5 \cdot 100 + 8,5 \cdot 600 + 4,5 \cdot 600 + 1,5 \cdot 400 + 2,5 \cdot 300 + 2 \cdot 600 =$$
$$= 13600 \textit{тыс.руб}.$$

4) Выбираем клетку для перераспределения автомобилей. Это одна из клеток таблицы, для которой косвенные издержки строго отрицательные. Выбираем клетку $(3;5)$

2е	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 100	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} 300	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 400	^{2} 600	4
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 600	^{6} -	^{3} -	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	5,5	6	

5) Для выбранной клетки $(3;5)$ строим цикл перераспределения автомобилей.



Выбранную свободную клетку включаем в цикл. Далее рассматриваем столбец, содержащий выбранную клетку, это столбец 5. Ищем в этом столбце заполненные и условно заполненные клетки. Такие клетки есть, это клетка $(2;5)$. Так как эта клетка является единственной, то её включаем в цикл и переходим к ней. Рассматриваем строку, содержащую клетку $(2;5)$, в ней кроме выбранной клетки есть заполненная клетка $(2;6)$. Так как она единственная, то её включаем в цикл и переходим к ней. Рассмотрим шестой столбец. Кроме ячейки $(2;6)$ в данном столбце есть ещё одна заполненная клетка $(1;6)$, так как она одна, то включаем её в цикл и переходим к ней. Рассмотрим строку 1, в ней есть заполненные ячейки $(1;1)$, $(1;3)$ и $(1;4)$. Так как в столбцах 1 и 4 кроме уже отмеченных ячеек $(1;1)$ и $(1;4)$ больше нет заполненных ячеек, то их мы не можем включить в цикл, поэтому переходим к ячейке $(1;3)$ и рассматриваем третий столбец. Кроме ячейки $(1;3)$ в данном столбце есть заполненная ячейка $(3;3)$ которую мы также включаем в цикл. При этом наш цикл замыкается.

6) Пометим клетки цикла знаками «+» и «-». Помечать клетки цикла начнём со свободной клетки цикла, клетки $(3;5)$. Её пометим знаком «+». Далее, двигаясь по циклу в направлении его построения, помечаем остальные клетки цикла, чередуя знаки. В клетки, помеченные знаком «+», автомобили будем добавлять, а из клеток, помеченных знаком «-», автомобили будем забирать.

7) Определим объём перераспределения автомобилей. Объём перераспределения автомобилей ΔV равняется наименьшему из объёмов отрицательных ячеек цикла. Минимальной является ячейка $(1;6)$ объём которой равен 300 автомобилей.

8) Строим новый опорный план. Сначала для клеток цикла пересчитаем объёмы автомобилей: для клетки $(3;5)$ новый объём будет равен: $x_{35} = 0 + 300 = 300$, для клетки $(2;5)$ $x_{25} = 400 - 300 = 100$ и так далее.

3а	500	900	700	600	400	900
1500	1 500	4 -	5 400	4,5 600	2 -	2,5 0
1000	1,5 -	5 -	6 -	3 -	1,5 100	2 900
1500	3 -	2,5 900	8,5 300	6 -	3 300	4,5 -

Переходим к новому опорному плану и для него применяем метод потенциалов.

1) Вычислим потенциалы заводов и дилерских центров

3б	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	1 500	4 -	5 400	4,5 600	2 -	2,5 -	3,5
1000	1,5 -	5 -	6 -	3 -	1,5 100	2 900	1,5
1500	3 -	2,5 900	8,5 300	6 -	3 300	4,5 -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	3	3,5	

2) Вычислим косвенные издержки свободных клеток.

$\Delta_{12} = 4 - (2,5 - 3,5) = 3;$ $\Delta_{15} = 2 - (3 - 3,5) = 1,5;$ $\Delta_{16} = 2,5 - (3,5 - 3,5) = 2,5;$

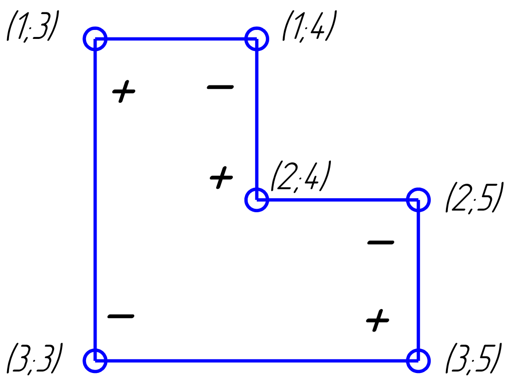
$\Delta_{21} = 1,5 - (4,5 - 1,5) = -1,5;$ $\Delta_{22} = 5 - (2,5 - 1,5) = 4;$ $\Delta_{23} = 6 - (8,5 - 1,5) = -1;$

$\Delta_{24} = 3-(8-1{,}5) = -3{,}5;$ $\Delta_{31} = 3-(4{,}5-0) = -1{,}5;$ $\Delta_{34} = 6-(8-0) = -2;$

$\Delta_{36} = 4{,}5-(3{,}5-0) = 1.$

3) План не оптимальный, так как $\Delta_{24} < 0$, $\Delta_{31} < 0$, $\Delta_{34} < 0$, $\Delta_{35} < 0$, $\Delta_{36} < 0$.

$$Z_2 = 1\cdot 500 + 2{,}5\cdot 900 + 5\cdot 400 + 8{,}5\cdot 300 + 4{,}5\cdot 600 + 1{,}5\cdot 100 + 3\cdot 300 + 2\cdot 900 =$$
$$= 12850 \textit{тыс.руб}.$$



4) Клетку для перераспределения выбираем $(2;4)$

5) Для выбранной клетки строим цикл перераспределения и пометим клетки цикла знаками «+» и «-».

6) Определим объём перераспределения автомобилей, который составит 100 автомобилей в соответствии с ячейкой $(2;5)$

3в	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 400	^{4,5} 600	^{2} -	^{2,5} -	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} -	^{1,5} 100	^{2} 900	1,5
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 300	^{6} -	^{3} 300	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	3	3,5	

7) Строим новый опорный план

4а	500	900	700	600	400	900
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 500	^{4,5} 500	^{2} -	^{2,5} -
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} 100	^{1,5} -	^{2} 900
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 200	^{6} -	^{3} 400	^{4,5} -

Переходим к новому опорному плану и для него применяем метод потенциалов.

1) Вычислим потенциалы заводов и дилерских центров

4б	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	^{1} 500	^{4} -	^{5} 500	^{4,5} 500	^{2} -	^{2,5} -	3,5
1000	^{1,5} -	^{5} -	^{6} -	^{3} 100	^{1,5} -	^{2} 900	5
1500	^{3} -	^{2,5} 900	^{8,5} 200	^{6} -	^{3} 400	^{4,5} -	0
v_j	4,5	2,5	8,5	8	3	7	

2) Вычислим косвенные издержки свободных клеток.

$\Delta_{12} = 4-(2{,}5-3{,}5) = 3;$ $\Delta_{15} = 2-(3-3{,}5) = 1{,}5;$ $\Delta_{16} = 2{,}5-(7-3{,}5) = -1;$

$\Delta_{21} = 1{,}5-(4{,}5-5) = 2;$ $\Delta_{22} = 5-(2{,}5-5) = 7{,}5;$ $\Delta_{23} = 6-(8{,}5-5) = 2{,}5;$

$\Delta_{25} = 1,5 - (3-5) = -0,5;$ $\Delta_{31} = 3 - (4,5-0) = -1,5;$ $\Delta_{34} = 6 - (8-0) = -2;$
$\Delta_{36} = 4,5 - (7-0) = -2,5.$

3) План не оптимальный, так как $\Delta_{16} < 0$, $\Delta_{25} < 0$, $\Delta_{31} < 0$, $\Delta_{34} < 0$, $\Delta_{36} < 0$.

$Z_3 = 1 \cdot 500 + 2,5 \cdot 900 + 5 \cdot 500 + 8,5 \cdot 200 + 4,5 \cdot 500 + 3 \cdot 100 + 3 \cdot 400 + 2 \cdot 900 =$
$= 12500 \textit{тыс.руб}.$

Таким же образом, ещё два раза проведя операции итерации получим следующий опорный план

6	500	900	700	600	400	900	u_i
1500	1 500	4 -	5 700	4,5 -	2 -	2,5 300	2
1000	1,5 -	5 -	6 -	3 600	1,5 -	2 400	2,5
1500	3 -	2,5 900	8,5 -	6 -	3 400	4,5 200	0
v_j	3	2,5	7	5,5	3	4,5	

При этом суммарные затраты для предыдущего шага итерации составят:
$Z_4 = 1 \cdot 500 + 2,5 \cdot 900 + 5 \cdot 700 + 4,5 \cdot 300 + 3 \cdot 300 + 3 \cdot 400 + 2 \cdot 700 + 4,5 \cdot 200 =$
$= 12000 \textit{тыс.руб}.$

1) Вычислим косвенные издержки свободных клеток.

$\Delta_{12} = 4 - (2,5-2) = 3,5;$ $\Delta_{14} = 4,5 - (5,5-2) = 1;$ $\Delta_{15} = 2 - (3-2) = 1;$
$\Delta_{21} = 1,5 - (3-2,5) = 1;$ $\Delta_{22} = 5 - (2,5-2,5) = 5;$ $\Delta_{23} = 6 - (7-2,5) = 2,5;$
$\Delta_{25} = 1,5 - (3-2,5) = 1;$ $\Delta_{31} = 3 - (3-0) = 0;$ $\Delta_{33} = 8,5 - (7-0) = 1,5;$
$\Delta_{34} = 6 - (5,5-0) = 0,5.$

Данный план оптимальный, так как все косвенные издержки не отрицательные.

Для оптимального плана рассчитываем суммарные транспортные издержки:
$Z_{\min} = 1 \cdot 500 + 2,5 \cdot 900 + 5 \cdot 700 + 3 \cdot 600 + 3 \cdot 400 + 2,5 \cdot 300 + 2 \cdot 400 + 4,5 \cdot 200 =$
$= 11700 \textit{тыс.руб}.$

Ответ: $Z_{\min} = 11700 \textit{тыс.руб.}; S = \begin{pmatrix} 500 & 0 & 700 & 0 & 0 & 300 \\ 0 & 0 & 0 & 600 & 0 & 400 \\ 0 & 900 & 0 & 0 & 400 & 200 \end{pmatrix}$

Методические указания к заданию №2

У автотранспортной компании имеется n автомобилей разных марок. Автомобили разных марок имеют разную грузоподъёмность q_i (*т*) и разные удельные эксплуатационные затраты c_i (*$/км*). Компания получила заказы от m клиентов на перевозку грузов. Причём в каждом заказе указан объём перевозимого груза Q_j (*т*) и расстояние перевозки $\boldsymbol{L}_j$ (*км*). Требуется, используя табличный процессор Excel, оптимальным образом назначить автомобили на рейсы для выполнения заказов клиентов, полагая тарифы на перевозки одинаковыми.

Покажем, что представленная задача удовлетворяет требованиям транспортной задачи, являясь её частным случаем – задачей о назначениях:

1) Поскольку тарифы одинаковые, то в качестве целевой функции следует выбрать эксплуатационные затраты. Эти затраты необходимо минимизировать путём оптимального распределения автомобилей по клиентам.
2) Поскольку в общем случае $m \neq n$, то задачу необходимо сбалансировать путём введения фиктивных заказов или фиктивных автомобилей. Получим:
   а) При $n>m$ заказов меньше, чем автомобилей (избыток провозных возможностей). В этом случае дополнительно вводятся $n-m$ фиктивных клиентов с нулевыми объёмами заказов (т.е. Q_j=0 и L_j=0). Поскольку для фиктивных клиентов заказы нулевые, то для их выполнения будут назначаться самые неэффективные по затратам автомобили. Практически выполнение заказа фиктивного клиента означает резервирование автомобиля (автомобиль остаётся в парке).
   б) При $n<m$ заказов больше, чем автомобилей (недостаток провозных возможностей). В этом случае дополнительно вводятся $m-n$ фиктивных автомобилей с бесконечно большими удельными затратами (т.е. $c_j \to \infty$). Практически это означает отказ от самых невыгодных в смысле затрат заказов.
3) Окончательно получим сбалансированную задачу, описываемую квадратной матрицей эксплуатационных затрат размерностью $k \times k$, где $k=\max\{m,n\}$.

Алгоритм решения данной задачи в Excel сводится к следующему.

Количество рейсов i-го автомобиля у j-го клиента вычисляется по формуле

$z_{ij} = \dfrac{Q_j}{q_i}$, для всех i=1,2,…k; j=1,2,…k.

Количество рейсов - величина целочисленная, принимающая значение большее или равное 1. Для её вычисления следует воспользоваться функцией округления частного от деления в большую сторону. Например, если исходные данные находятся в ячейках B7:C7 и D4:D5, то количество рейсов определяется функцией (второй параметр функции округления равен 0):

= ОКРУГЛВВЕРХ($B7/D$5;0).

Пробег i-го автомобиля у j-го клиента вычисляется по формуле

$R_{ij} = z_{ij} \times L_j$.

Эксплуатационные затраты вычисляются по формуле

$S_{ij} = R_{ij} \times c_i = z_{ij} \times L_j \times c_i$,

где c_i – удельные эксплуатационные затраты, связанные с назначением i-го автомобиля для обслуживания j-го клиента, т.е. для приведенного выше примера в ячейку D7 необходимо занести формулу

= ОКРУГЛВВЕРХ($B7/D$5;0)*$C7*D$4.

Дополнительная целочисленная переменная логического типа принимает значения

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & при\, назначении \\ 0, & иначе. \end{cases}$$

Целевая функция имеет вид

$$F = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} S_{ij} \times x_{ij} \to \min,$$

при ограничениях:

$\sum\limits_{i=1}^{k} x_{ij} = 1; \quad \sum\limits_{j=1}^{k} x_{ij} = 1; \quad x_{ij} \ge 0$ целое для всех i,j =1,2,… k.

Найдем решение задания 4 в Excel, используя следующие исходные данные.

Автотранспортная компания располагает 10 автомобилями разных марок: 3 автомобиля марки A; 3 автомобиля марки B; 2 автомобиля марки C; 1 автомобиль марки D; 1 автомобиль марки E.

Характеристики автомобилей представлены в табл. 1.

Таблица 1

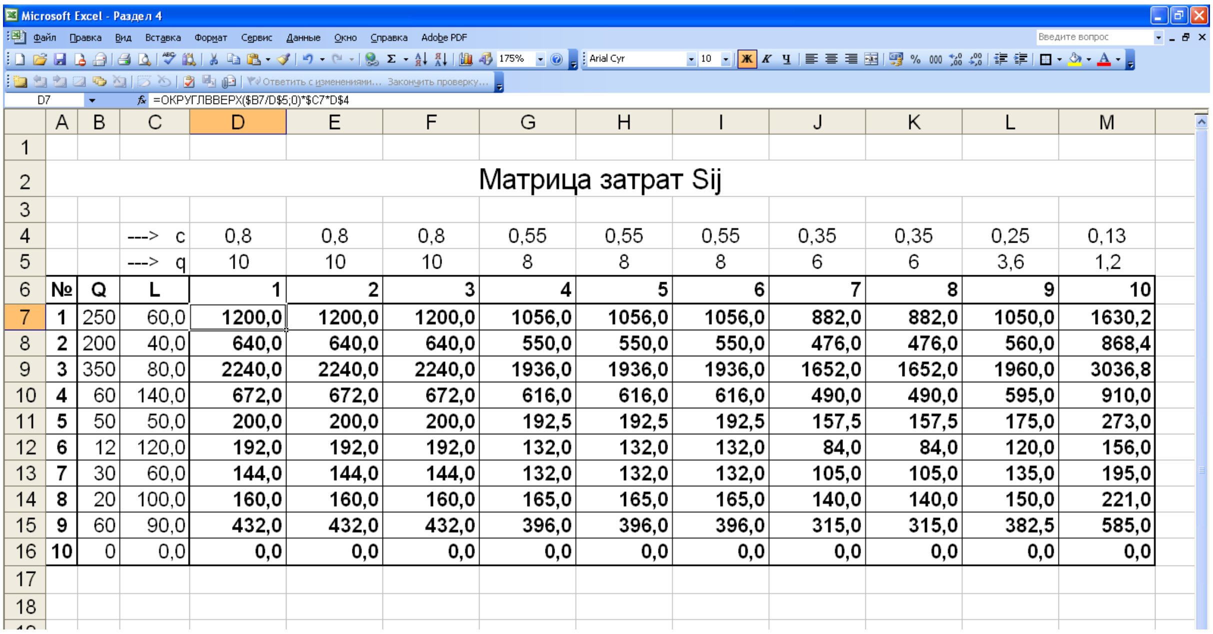
Характеристики		Марка автомобиля				
		A	B	C	D	E
Грузоподъёмность, *т*	q_i	20	16	8	5	2,5
Удельные затраты, *$/км*	c_i	0,8	0,55	0,35	0,25	0,13

Компанией получены заказы от 9 клиентов. Характеристики заказов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики		Клиенты								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Объём груза, *т*	Q_j	250	200	350	69	50	12	30	20	60
Расстояние, *км*	L_j	60	40	80	140	50	120	60	100	90

На рис. 1 представлена таблица с исходными данными. Поскольку заказов меньше имеющихся у компании автомобилей, необходимо ввести фиктивного клиента с нулевым объёмом перевозок. В той же таблице произвести необходимые промежуточные расчёты затрат по приведённым выше формулам.

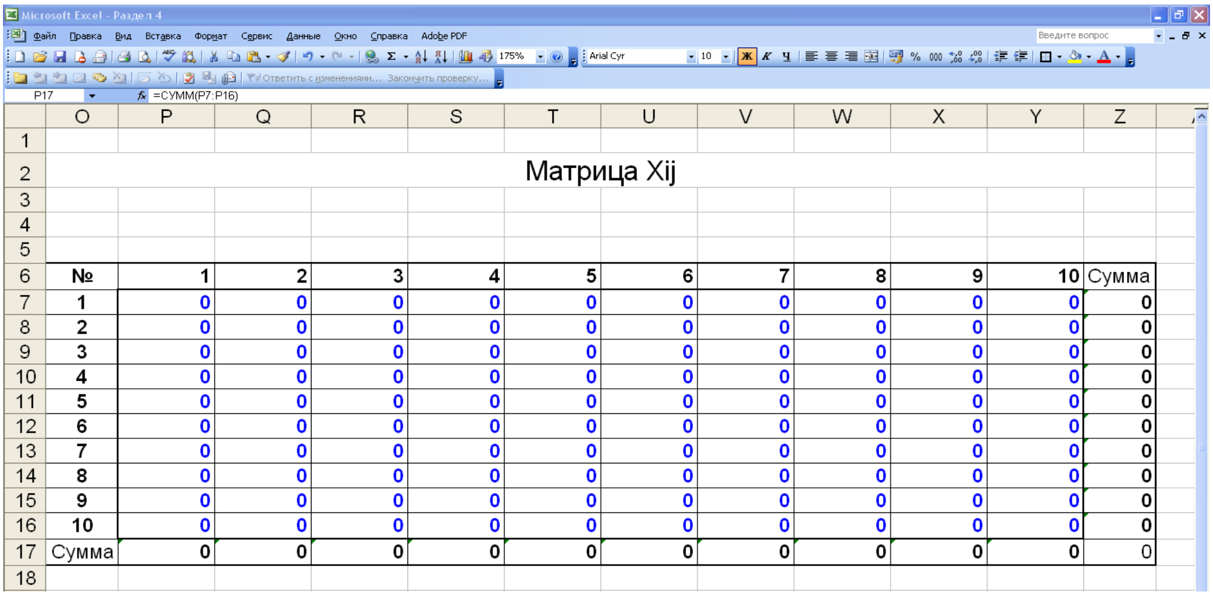


Матрица затрат Sij

		---> c	0,8	0,8	0,8	0,55	0,55	0,55	0,35	0,35	0,25	0,13
		---> q	10	10	10	8	8	8	6	6	3,6	1,2
№	Q	L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	250	60,0	1200,0	1200,0	1200,0	1056,0	1056,0	1056,0	882,0	882,0	1050,0	1630,2
2	200	40,0	640,0	640,0	640,0	550,0	550,0	550,0	476,0	476,0	560,0	868,4
3	350	80,0	2240,0	2240,0	2240,0	1936,0	1936,0	1936,0	1652,0	1652,0	1960,0	3036,8
4	60	140,0	672,0	672,0	672,0	616,0	616,0	616,0	490,0	490,0	595,0	910,0
5	50	50,0	200,0	200,0	200,0	192,5	192,5	192,5	157,5	157,5	175,0	273,0
6	12	120,0	192,0	192,0	192,0	132,0	132,0	132,0	84,0	84,0	120,0	156,0
7	30	60,0	144,0	144,0	144,0	132,0	132,0	132,0	105,0	105,0	135,0	195,0
8	20	100,0	160,0	160,0	160,0	165,0	165,0	165,0	140,0	140,0	150,0	221,0
9	60	90,0	432,0	432,0	432,0	396,0	396,0	396,0	315,0	315,0	382,5	585,0
10	0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

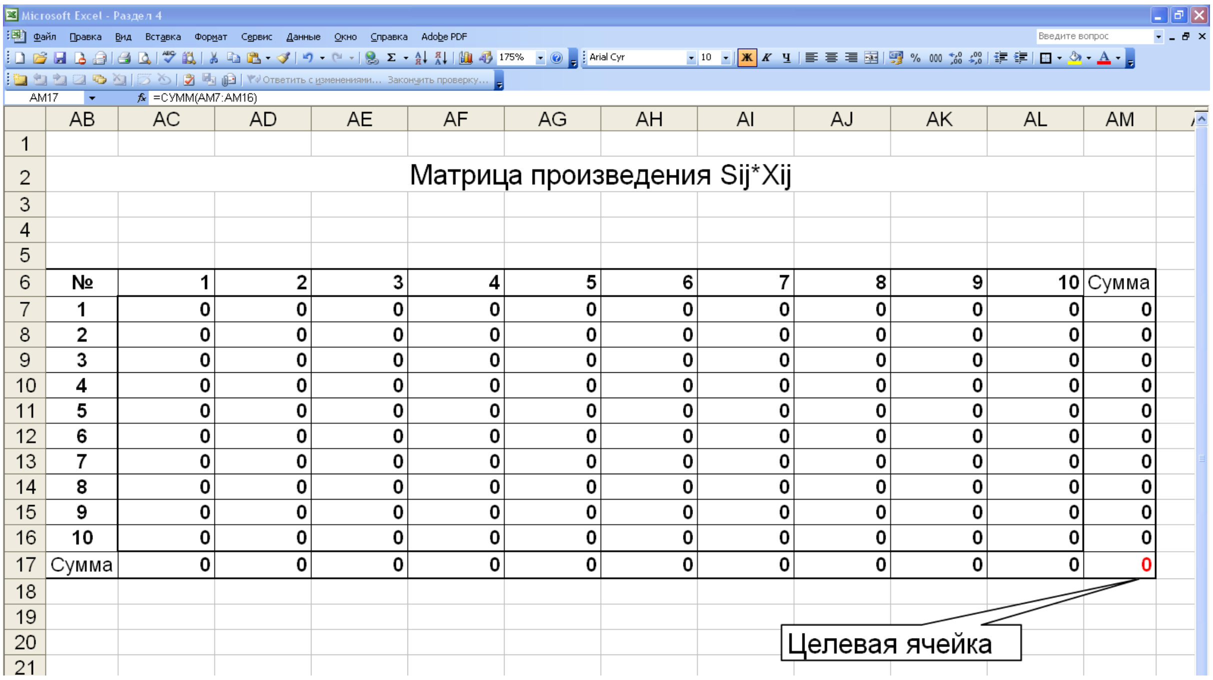
Рисунок 1

На рис. 2 и 3 представлены **Матрица X_{ij}**, содержащая переменные логического типа x_{ij} и **Матрица произведения S_{ij}*X_{ij}**, в которой отразится результат оптимального закрепления автомобилей за клиентами и, соответствующие этому закреплению, минимальные затраты.



№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Сумма	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунок 2



№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Сумма	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рисунок 3

Используя меню **Сервис⇒Поиск решения** открываем диалоговое окно **Поиск решения** (см. рис. 2.9-1), в котором устанавливаем целевую ячейку равной минимальному значению, определяем диапазон изменяемых ячеек со значениями логической переменной x_{ij} (**Матрица X$_{ij}$**) и ограничения, и запускаем процедуру вычисления, щелкнув по кнопке **Выполнить**.

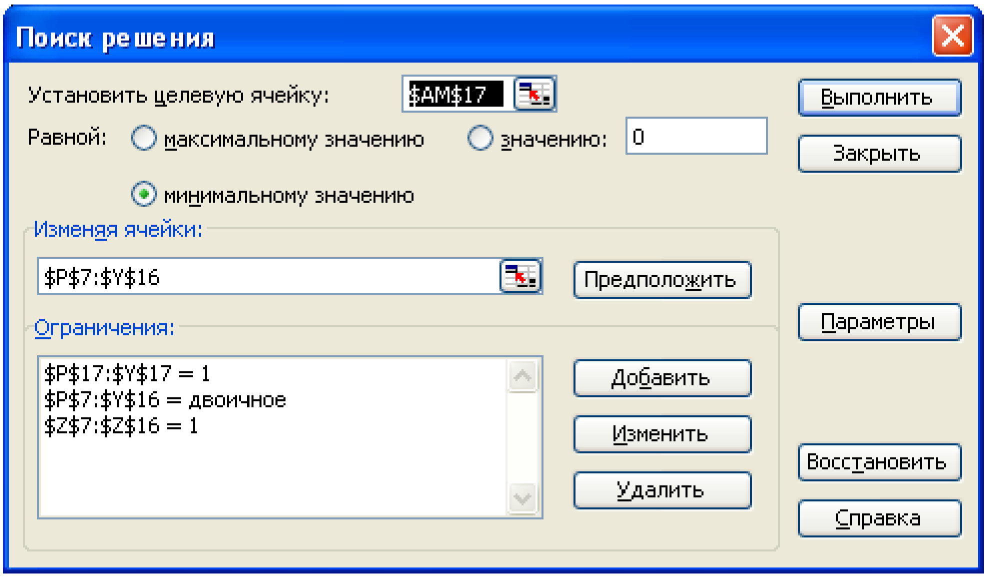


Рисунок 4

Результат поиска будет находиться в изменяемых ячейках **Матрицы** $\mathbf{X_{ij}}$ (i - автомобиль; j - клиент) (см. рис. 5). Здесь мы видим, что оптимальный план назначения автомобилей на рейсы следующий:

первый автомобиль назначен на выполнение восьмого заказа;

второй – седьмого заказа;

третий – пятого заказа;

четвертый – шестого заказа;

пятый – второго заказа;

шестой – девятого заказа;

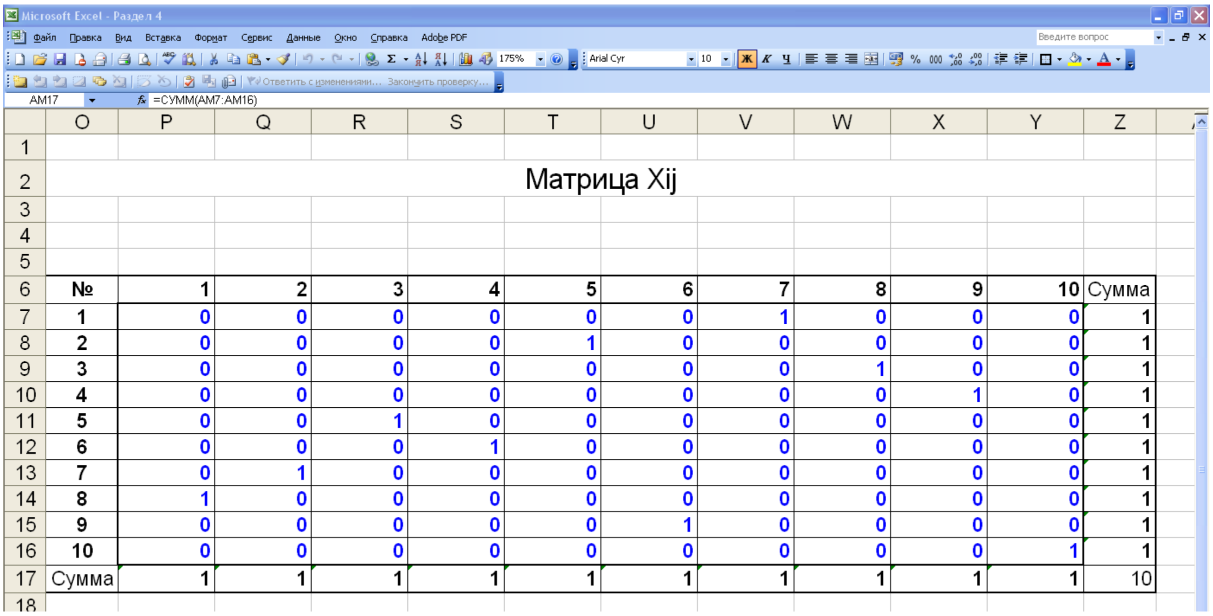
седьмой – первого заказа;

восьмой – третьего заказа;

девятый – четвертого заказа;

третий автомобиль, назначенный фиктивному десятому клиенту, будет простаивать в парке.

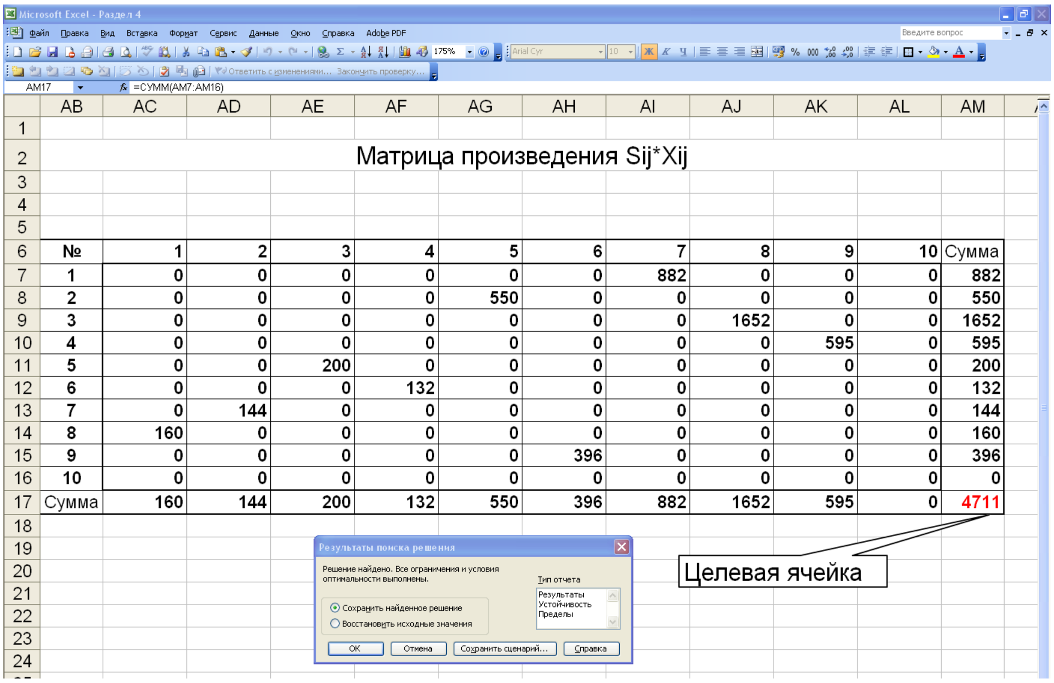
Эксплуатационные затраты при этом минимальны и составят $4711 (см. рис. 6)



Матрица Xij

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
7	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
9	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
Сумма	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10

Рисунок 5



Матрица произведения Sij*Xij

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сумма
1	0	0	0	0	0	0	882	0	0	0	882
2	0	0	0	0	550	0	0	0	0	0	550
3	0	0	0	0	0	0	0	1652	0	0	1652
4	0	0	0	0	0	0	0	0	595	0	595
5	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	200
6	0	0	0	132	0	0	0	0	0	0	132
7	0	144	0	0	0	0	0	0	0	0	144
8	160	0	0	0	0	0	0	0	0	0	160
9	0	0	0	0	0	396	0	0	0	0	396
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Сумма	160	144	200	132	550	396	882	1652	595	0	4711

Рисунок -6

Методические указания к заданию №3

Логистический центр сети магазинов «Холидей-классик» имеет 3 пандуса для постановки на погрузку машин. Среднее время погрузки машины составляет 12 минут. На погрузку приезжает в среднем $\lambda = 4$ машины в час. Из за расположения логистического центра, стоянка около логистического центра ограничена и составляет 4 машины. Определить основные параметры данной системы.

Решение: система погрузочных пандусов и машин, приезжающих на погрузку, может рассматриваться как система массового обслуживания с ограниченным объёмом накопителя.

Приведём интенсивность потока машин, прибывающих на погрузку, и время погрузки к одной размерности. Время загрузки одной машины составляет $T_{загр} = 12 мин$, тогда $\frac{1}{\mu} = 0,2 ч / машину$ или $\mu = 5$ машин в час, а $\alpha = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{5} = 0,8$.

Необходимо определить среднее число автомобилей, ожидающих погрузки, коэффициент простоя машины, коэффициент простоя погрузочного пандуса. Обслуживающими каналами в данной задаче являются погрузочные пандусы; так как их у нас 3, то $n = 3$. Общее число требований на погрузку не может превышать числа машин, т.е. $m = 7$. Система может находиться в восьми различных состояниях:

1) Все погрузочные пандусы простаивают, очереди на погрузку нет
2) Одна машина находится на погрузке, два пандуса простаивают, очереди на погрузку нет
3) Две машины находятся на погрузке, один пандус простаивает, очереди на погрузку нет
4) Три машины находятся на погрузке, очереди на погрузку нет
5) Три машины находятся на погрузке, одна машина стоит в очереди
6) Три машины находятся на погрузке, две машины стоят в очереди
7) Три машины находятся на погрузке, три машины стоят в очереди
8) Три машины находятся на погрузке, четыре машины ожидают погрузку.

Для ответа на поставленные вопросы воспользуемся формулами:

$$P_k = \frac{m!}{k!(m-k)!}\alpha^k P_0 \qquad (1 \le k \le n)$$

$$P_k = \frac{m!}{n^{k-n} n!(m-k)!}\alpha^k P_0 \quad (n \le k \le m)$$

$$P_0 = P_0$$

$$P_1 = \frac{7!}{1!(7-1)!} \cdot 0,8P_0 = 7 \cdot 0,8P_0 = 5,6P_0$$

$$P_2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} \cdot 0,8^2 P_0 = \frac{6 \cdot 7}{2} \cdot 0,64P_0 = 13,44P_0$$

$$P_3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} \cdot 0,8^3 P_0 = \frac{5 \cdot 6 \cdot 7}{6} \cdot 0,512P_0 = 17,92P_0$$

$$P_4 = \frac{7!}{3^{4-3} \cdot 3!(7-4)!} \cdot 0,8^4 P_0 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 6} \cdot 0,4096P_0 = 19,1147P_0$$

$$P_5 = \frac{7!}{3^{5-3} \cdot 3!(7-5)!} \cdot 0,8^5 P_0 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3^2 \cdot 2} \cdot 0,8^5 P_0 = 15,2917P_0$$

$$P_6 = \frac{7!}{3^{6-3} \cdot 3!(7-6)!} \cdot 0{,}8^6 P_0 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3^3 \cdot 1} \cdot 0{,}8^6 P_0 = 8{,}1556 P_0$$

$$P_7 = \frac{7!}{3^{7-3} \cdot 3!(7-7)!} \cdot 0{,}8^7 P_0 = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{3^4 \cdot 1} \cdot 0{,}8^7 P_0 = 2{,}1748 P_0$$

Полученные данные сведем в таблицу

k	k-n	$P_k\ /\ P_0$	P_k	$(k-n)P_k$	kP_k
0	0	1,0000	0,0121	0	0
1	0	5,6000	0,0677	0	0,0677
2	0	13,4400	0,1625	0	0,325
3	0	17,9200	0,2167	0	0,6501
4	1	19,1147	0,2311	0,2311	0,9244
5	2	15,2917	0,1849	0,3698	0,9245
6	3	8,1556	0,0986	0,2958	0,5916
7	4	2,1748	0,0264	0,1056	0,1848
	Σ	82,6968	1	1,0023	3,6681

В этой таблице первой вычисляется третья графа, то есть отношения $\frac{P_k}{P_0}$ при $k = 0,1,2,3,4,5,6,7.$ Затем суммируя величины в этом столбце и учитывая, что $\sum_{k=0}^{7} P_k = 1,$ получаем $\sum_{k=0}^{7} \frac{P_k}{P_0} = \frac{1}{P_0} \sum_{k=0}^{7} P_k = \frac{1}{P_0} \cdot 82,6968 = 1 \Rightarrow P_0 = \frac{1}{82,6968} = 0,0121$

Умножая величины третьей графы на P_0 получаем четвёртую графу.

Величина $P_0 = 0,0121$, равная вероятности того, что все пандусы простаивают, показывает что 1% от общего времени работы все пандусы будут свободны. Среднее число автомобилей, ожидающих погрузку получим суммированием пятого столбца таблицы, или по формуле

$$M_{оч} = \sum_{k=n+1}^{m} (k-n) P_k = \sum_{k=4}^{7} (k-n) P_k = 1{,}0023$$

Данная величина означает, что в среднем 1 автомобиль будет ожидать погрузку.

Суммируя шестой столбец, мы получим величину автомобилей, которые в среднем находятся в системе. Получается, что в нашей системе одновременно находятся в течении смены 3,66 автомобиля. Коэффициент простоя автомобиля составит при этом $K_{пр.авто} = \frac{M_{оч}}{m} = \frac{1{,}0023}{7} = 0{,}1432$. Это означает, что в среднем каждый автомобиль 14% рабочего времени будет простаивать в ожидании начала погрузки.

Среднее число свободных погрузочных пандусов определим по формуле:

$N_0 = \sum_{k=0}^{n-1} (n-k) P_k = 3 \cdot 0,0121 + 2 \cdot 0,0677 + 1 \cdot 0{,}1625 = 0,3342$. Это означает, что в среднем 0,33 пандуса будут свободны от погрузки.

Коэффициент простоя каждого погрузочного пандуса в течении смены определим по формуле: $K_{пр.пандуса} = \frac{N_0}{n} = \frac{0,3342}{3} = 0,1114$. То есть каждый погрузочный пандус 11% рабочего времени будет находиться в состоянии простоя.

Вероятность отказа машине в погрузке равна вероятность полного заполнения системы, т.е. $p_{отк} = p_7 = 0,0264$. Иначе говоря, с вероятностью в два процента автомобилю будет отказано в постановке в очередь на погрузку.

4. Подготовка к итоговому контролю по дисциплине

Итоговым контролем по дисциплине «Теория транспортных процессов и систем» является зачет в 3 семестре и проводится в письменной форме. Студенту предлагается билет, содержащий 1 задачу и 1 теоретический вопрос. Для получения зачёта, студенту необходимо, решить задачу или ответить на 1 теоретический вопрос. Для подготовки к зачёту студенту может использовать конспект лекций, методические разработки по данной дисциплине и путём изучения литературы.

Список литературы, рекомендуемой для подготовки к зачёту

1. Теория транспортных процессов и систем: метод. указания для практ. занятий / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т; сост.: П.С. Вагайцев. – Новосибирск, 2022. – 24 с.

2. Теория транспортных процессов и систем: Метод. указания для самостоятельной работы / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т; сост.: П.С. Вагайцев – Новосибирск, 2022. – 32 с.

3. Милославская, С. В. Транспортные системы и технологии перевозок: учебное пособие / С.В. Милославская, Ю.А. Почаев. — Москва: ИНФРА-М, 2021. — 116 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/7681. - ISBN 978-5-16-010064-7. – Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/178411

4. Минько, Р. Н. Организация производства на транспорте: учебное пособие / Р.Н. Минько Р.Н. - М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2018. - 160 с. - ISBN 978-5-9558-0423-1. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/974412

Варгунин, В. И. Теория транспортно-логистических процессов: конспект лекций: учебное пособие / В. И. Варгунин, Е. Е. Москвичева, С. Н. Шишкина. — Самара: СамГУПС, 2021. — 66 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/170635

Вопросы для подготовки к зачёту

1. Автомобильно-дорожный комплекс России. Понятие модели
2. Назовите основные классификационные признаки экономико-математических моделей и приведите примеры моделей, входящих в ту или иную классификационную рубрику.
3. Стратегия построения математических моделей?
4. Детерминироманные и стохастические системы.
5. Управляемые и неуправляемые переменные.
6. Что называется планом задачи линейного программирования?
7. Какими свойствами обладает Каноническая задача линейного программирования?
8. Какие задачи называются задачами дискретного программирования?
9. Частным случаем какой задачи является задача о назначениях?
10. Какие сообщения выдаются в Excel в случаях:

а) успешного решения задачи линейного программирования;
б) несовместимости системы ограничений задачи;
в) неограниченности целевой функции?

11. Напишите общий вид задачи линейного программирования.
12. Как привести задачу линейного программирования к каноническому виду?
13. Перечислите основные задачи, которые сводятся к задачам линейного программирования.
14. Каков порядок решения задачи линейного программирования в среде Excel
15. Чем отличается закрытая транспортная задача от открытой, и каким образом открытую транспортную задачу перевести в закрытую?
16. Алгоритм расчёта кратчайших расстояний методом потенциалов и табличным методом
17. Постановка транспортной задачи и её математическая модель.
18. Венгерский метод для решения задач о назначениях
19. Методика решения транспортных задач с промежуточными пунктами, понятие буфер?
20. Методика расчёта оптимального плана перевозок при решении многопродуктовых транспортных задач.
21. В чём суть принципа оптимальности в планировании и управлении?
22. В чём заключается геометрическая интерпретация задачи линейного программирования?

23. Дайте экономическую интерпретацию метода потенциалов при решении транспортной задачи?

24. Опишите экономико-математическую модель транспортной задачи. Какие методы решения транспортных задач вы знаете?

25. В чём суть методов сетевого планирования и управления? Дайте содержательную характеристику элементов сетевого графика.

26. Какие задачи решаются на основе сетевых моделей?

27. Приведите примеры систем массового обслуживания в экономике. Из каких элементов состоит СМО?

28. Раскройте суть аналитического и имитационного моделирования СМО. Укажите требования к входящему потоку и времени обслуживания в аналитических моделях СМО.

29. Назовите основные характеристики СМО и укажите методы их расчёта для замкнутых систем?

30. Назовите основные характеристики СМО и укажите методы их расчёта для разомкнутых систем?

31. Математическая постановка и алгоритм решения задачи оптимизации холостых поездок?

32. Опишите метод предварительного построения допустимых маршрутов?

33. Правила нахождения опорного плана методом северо-западного угла при решении транспортных задач?

34. Правила нахождения оптимального плана методом наименьшего элемента при решении транспортных задач?

35. Понятие вырожденности опорного плана, как в опорном плане появляются условно заполненные ячейки?

36. Опишите правила нахождения косвенных издержек в плане перевозок, проверку плана на оптимальность?

37. Каковы правила перераспределения груза в транспортных задачах, как определяется объём перераспределяемого груза?

38. Дайте определение такой характеристике СМО как коэффициент простоя обслуживающего канала

39. Дайте определение такой характеристики СМО как коэффициент простоя обслуживаемого требования

40. На какой критерий необходимо проверить задачу на СМО перед началом её решения, в чем заключается физический смысл этого критерия?

41. Дайте определение критического пути в задачах на сетевое планирование и управление, критического события, критической работы?

Составитель: Вагайцев Павел Сергеевич

Теория транспортных процессов и систем

Методические указания для самостоятельной работы

Печатается в авторской редакции

Компьютерная верстка: П.С. Вагайцев

Подписано к печати

Формат 60х84 1/16.   Объем 2, уч.-изд.л.

Тираж 50 экз.   Заказ №

Изд. № 54

Отпечатано в типографии Инженерного института НГАУ

630039, Новосибирск, ул. Никитина, 147