

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Инженерный институт

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Учебное пособие

Новосибирск 2023

Кафедра техносферной безопасности и электротехнологий

УДК 621.38 (075)

Составители: к.т.н., доцент. Е.И. Гаршина.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.П. Добролюбов

Электротехника и электроника: учебное пособие / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инж. ин-т; сост.: Е.И. Гаршина. – Новосибирск, 2023. – 128 с.

Содержат основные сведения по теоретическим основам и методам расчета электрических цепей. Представлены варианты заданий по расчету линейных цепей постоянного, переменного однофазного и трехфазного тока; примеры решений задач по расчету электрических цепей, а также варианты задания по выполнению контрольной работы.

Предназначена для студентов очного и заочного обучения по направлениям подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов; 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов; 35.03.06 Агроинженерия.

Утверждена и рекомендована к изданию учебно-методическим советом Инженерного института (протокол № 8 от 28 марта 2023 г.).

© Новосибирский государственный аграрный университет 2023

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина *Электротехника и электроника* в соответствии с требованиями ФГОС ВО направлена на формирование следующих компетенций:

- **Общепрофессиональные:** способность к использованию основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности;
- **профессиональных:**
 - способность к профессиональной эксплуатации машин и технологического оборудования и электроустановок;
 - способность использовать типовые технологии технического обслуживания, ремонта и восстановления изношенных деталей машин и электрооборудования.

В результате изучения дисциплины студент должен

Знать:

- основные положения, методы и законы естественнонаучных дисциплин:
- электротехническую терминологию и символику, основы теории электромагнитного поля и электрических цепей, основные величины, характеризующие электрические и магнитные цепи и поля и единицы их измерения, принципы электрических измерений электрических и неэлектрических величин, принципы устройства основных электронных приборов, свойства и области применения основных электротехнических и электронных устройств;
- иметь представление по практическому применению электромагнитных процессов, электротехнических и электронных приборов и устройств.

Уметь:

- применять основные законы естественнонаучных дисциплин по профессиональной деятельности:
- читать электрические и электронные схемы, рассчитывать электрические и магнитные цепи и поля, выбирать элементы электрических цепей и средства измерения электриче-

ских величин, анализировать работу электротехнических устройств;

- обеспечивать эффективную и безопасную работу персонала с электрическими и электронными устройствами.

Владеть:

- методами математического анализа, исследования, расчета и моделирования электромагнитных процессов и преобразователей энергии;

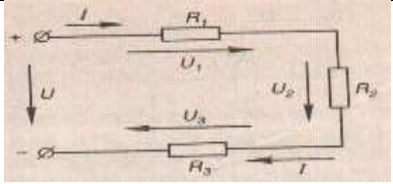
- приемами использования средств измерения, методами определения погрешности и оценки результатов измерений.

ТЕМА 1. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1 Основные сведения.

Приступая к расчету электрических цепей, необходимо знать способы соединения (последовательное, параллельное, смешанное) как приемников, так и источников электрической энергии. Так,

- при последовательном соединении резисторов полное эквивалентное сопротивление равно сумме сопротивлений всех резисторов, включенных в электрическую цепь:

	$R_{\text{ЭКВ}} = \sum R_i$ <p>где $R_{\text{ЭКВ}}$—эквивалентное или полное сопротивление электрической цепи; R_i - омическое сопротивление i –го резистора.</p>
Рис. 1-1	

- при параллельном соединении резисторов полное эквивалентная проводимость равна сумме проводимостей всех резисторов, включенных в электрическую цепь:

	$\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}} = \sum \frac{1}{R_i}$ <p>где $R_{\text{ЭКВ}}$ – эквивалентное или полное сопротивление цепи; R_i - омическое сопротивление i –го резистора; $\frac{1}{R_{\text{ЭКВ}}}$, $\frac{1}{R_i}$ - проводимости, соответственно, полная и эквивалентная i-го элемента цепи.</p>
Рис. 1-2	

При расчете электрической цепи обычно пользуются законами Ома и Кирхгофа.

Закон Ома определяется выражением: $I = \frac{U}{R}$

Законы Кирхгофа определяются выражениями:

Первый закон: Алгебраическая сумма токов, соединенных в один узел, равна нулю

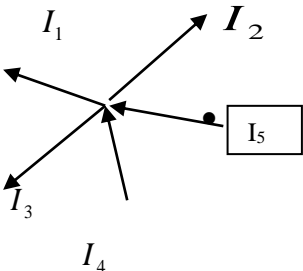
	$\sum I = 0,$ <p>или для примера</p> $-I_1 - I_2 + I_3 - I_4 + I_5 = 0$ <p>Примечание: направление токов в ветвях определяется произвольно: например, токи, входящие в узел, принимают положительными, а выходящие из узла – отрицательными</p>
---	---

Рис. 1 -3

Второй закон: Алгебраическая сумма ЭДС в замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме падений напряжений на всех участках этой цепи

	$\sum E_i = \sum R_i \cdot I_i$ <p>Примечание: для определения знаков в алгебраической сумме произвольно задаются направлением обхода контура: по часовой стрелки или против. ЭДС источника и направление токов ветвей, совпадающие с выбранным направлением обхода контура, считаются положительным, а не совпадающие – отрицательной.</p>
---	---

Рис. 1-4

1.2 Методы расчета электрических цепей постоянного тока.

1.2.1. Расчет простых электрических цепей постоянного тока методом свертывания (метод эквивалентного сопротивления).

Суть метода свертывания заключается в преобразовании схемы замещения электрической цепи таким образом, чтобы в результате этого преобразования получилась простейшая цепь, содержащая один эквивалентный источник ЭДС и одно сопротивление $R_{\text{экв}}$. Преобразование осуществляется на основании правил замены нескольких элементов цепи одним элементом с эквивалентным сопротивлением, соответствующим типу соединения этих элементов (см. рис.1 и 2). Данный метод может быть использован для расчета только простых электрических цепей.

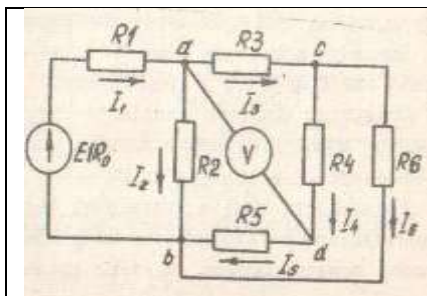


Рис.1 - 5а

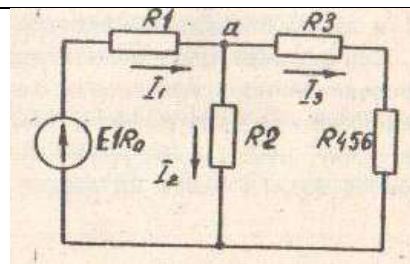


Рис.1 - 5б

Представленная на рис. 1 -5а электрическая цепь есть простая, так как является многоконтурной, но содержащей один источник энергии.

Если цепь содержит несколько источников, но включенных в одну ветвь, такая цепь тоже является простой.

Суть метода заключается в том, что по заданным значениям сопротивлений резисторов $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ и ЭДС источника E_1 с внутренним сопротивлением R_0 требуется определить токи во всех ветвях цепи и напряжение, которое покажет вольтметр (сопротивление его велико и ток через этот прибор не протекает), включенный между точками схемы **a** и **d**.

Алгоритм расчета простой электрической цепи со смешанным (последовательным и параллельным) соединением резисторов представляет следующую последовательность действий (на примере цепи по рис. 1 -5). При этом, свертывание производят всегда в направлении к источнику поэтапно. При рассмотрении схемы на рис. 1-5 направление свертывания –это направление справа налево до первой пары узлов.

1. Так резисторы R_4 и R_5 , соединены последовательно, а резистор R_6 – с ними параллельно, поэтому их эквивалентное сопротивление

$$R_{4,5,6} = R_{4,5} \times R_6 / (R_{4,5} + R_6), \text{ Ом}$$

$$\text{где } R_{4,5} = (R_4 + R_5), \text{ Ом}$$

2. После проведенных преобразований схема принимает вид, показанный на рис.1 -5б, а эквивалентное сопротивление всей цепи определяется по формуле

$$R_{\text{экв}} = R_0 + R_1 + R_2 \times (R_{4,5,6} + R_3) / (R_2 + R_{4,5,6} + R_3), \text{ Ом}$$

3. Ток I_1 в неразветвленной части схемы определяется по закону Ома:

$$I_1 = E / R_{\text{экв}}, \text{ А}$$

4. Воспользовавшись схемой (рис. 1- 5б), найдем токи I_2 и I_3 :

$$I_2 = I_1 \times ((R_{4,5,6} + R_3) / (R_2 + R_{4,5,6} + R_3)), \text{ А}$$

$$I_3 = I_1 \times (R_2 / (R_2 + R_{4,5,6} + R_3)), \text{ А}$$

5. Переходя к рис. 1- 5а , определим токи I_4, I_5 и I_6 по аналогичным уравнениям:

$$I_4 = I_5 = I_3 \times (R_6 / (R_4 + R_5 + R_6)), \text{ А}$$

$$I_6 = I_3 \times ((R_4 + R_5) / (R_4 + R_5 + R_6)), \text{ А};$$

6. Зная ток I_1 , можно найти ток I_2 другим способом. Согласно второму закону Кирхгофа,

$$U_{ab} = E - (R_0 + R_1) I_1, \text{ В}$$
 тогда $I_2 = U_{ab} / R_2, \text{ А}$.
7. Показания вольтметра можно определить, составив уравнение по второму закону Кирхгофа, например, для контура acda:

$$R_3 I_3 + R_4 I_4 = U_{cd}, \text{ В}$$
8. Для проверки правильности решения можно воспользоваться первым законом Кирхгофа и уравнением баланса мощностей, которые для схемы, изображенной на рис.1-5а, примут вид

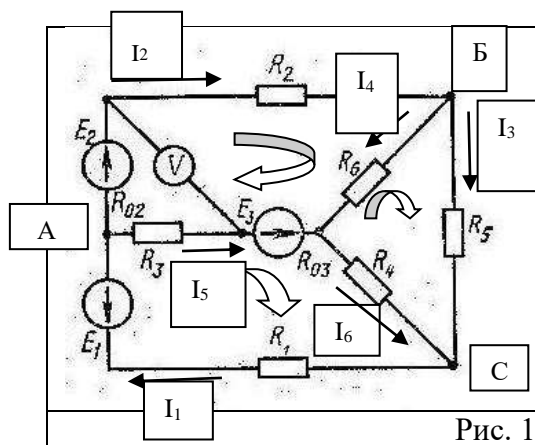
$$I_1 = I_2 + I_3, \text{ А}; \quad I_3 = I_4 + I_6, \text{ А};$$

$$E I_1 = (R_0 + R_1) I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + (R_4 + R_5) I_4^2 + R_6 I_6^2, \text{ Вт}.$$

1.2.2. Алгоритм расчета сложных электрических цепей постоянного тока методом контурных токов

К сложным электрическим цепям относятся многоконтурные цепи, содержащие несколько источников энергии, включенные в различные ветви.

Классическим методом расчета таких цепей является непосредственное применение законов Кирхгофа. Для понимания алгоритма применения уравнений по законам Кирхгофа рассмотрим, в качестве примера, сложную электрическую цепь (**рис.1.6**).



Дано: Электрическая цепь , содержащая 4 (четыре) узла, 6 (шесть) ветвей, 3 источника ЭДС (E_1, E_2, E_3) с внутренними сопротивлениями (R_{02}, R_{03}) и 6 (шестью) резисторами с сопротивлениями ($R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$).

Определить: токи в ветвях.

Рис. 1.6

Порядок расчета следующий:

1. Если цепь содержит последовательное и параллельные соединения, то ее упрощают, заменяя эти соединения эквивалентными сопротивлениями.
2. Произвольно указывают направления токов во всех ветвях. Если принятое направление тока не совпадает с действительным, то при расчете такие токи получаются отрицательными, т.е. со знаком минус.
3. Составляют уравнения по первому закону Кирхгофа. Таких уравнений будет составлено $(n-1)$, где n - число узлов.
4. Составляют уравнения по второму закону Кирхгофа. Таких уравнений будет составлено $(m-(n-1))$, где m – число ветвей. При составлении уравнений обход контура можно производить произвольно, т.е. как по часовой стрелки, так и против. За положительные ЭДС и токи принимают такие, направление которых совпадает с направлением обхода контура. Направление действия ЭДС внутри источника всегда принимают от минуса к плюсу.
5. Полученную систему уравнений решают относительно неизвестных токов.

Такое решение затруднено в связи с тем, что надо решить систему трех уравнений с шестью (по числу токов в ветвях) неизвестными. и тогда эту систему

б. Составим расчетные уравнения для электрической цепи, изображенной на **рис. 1.6**. Выбрав произвольно направление токов в ветвях цепи, составляем уравнения

- по первому закону Кирхгофа для А,Б,С:

$$I_1 - I_2 - I_5 = 0$$

$$I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

$$I_3 + I_6 - I_1 = 0$$

Приняв направление обхода контура по часовой стрелке, составляем уравнения по второму закону Кирхгофа для трех произвольно выбранных контуров:

$$-E_1 + E_3 = R_1 I_1 - (R_3 + R_{03}) I_5 + R_4 I_6$$

$$E_2 - E_3 = R_6 I_4 - (R_2 + R_{02}) I_2 + (R_3 + R_{03}) I_5$$

$$0 = -R_5 I_3 - R_4 I_6 + R_5 I_3$$

Легко заметить, что решение полученной системы из шести уравнений является весьма трудоемкой операцией. Поэтому при анализе сложных электрических цепей с несколькими источниками целесообразно применять метод контурных токов (метод ячеек), позволяющий уменьшить число совместно решаемых уравнений, составляемых по двум законам Кирхгофа, на число уравнений, записанных по первому закону Кирхгофа. Для этой цели в схеме выделим **m** независимых контура, в каждом из которых протекает произвольно направленный собственный ток, называемый контурным (I_{k1}, I_{k2}, I_{k3}).

Расчет сложных электрических цепей методом контурных токов проводят на примере расчета той же электрической цепи, представленной на рис.1.4, следующим образом.

1. Произвольно задаются направлением контурных токов, причем это направление принимается за положительное (в нашем случае оно совпадает с направлением обхода контура).

2. Составляют для каждого контура уравнение по второму закону Кирхгофа. Обход контура произвольно выбираем, например, по часовой стрелке:

первый контур:

$$(R_1 + R_3 + R_{03} + R_4) I_{k1} - (R_3 + R_{03}) I_{k2} - R_4 I_{k3} = +E_3 - E_1;$$

второй контур:

$$-(R_3 + R_{03}) I_{k1} + (R_2 + R_3 + R_{03} + R_6) I_{k2} - R_6 I_{k3} = E_2 - E_3;$$

третий контур:

$$-R_4 I_{k1} - R_6 I_{k2} + (R_4 + R_5 + R_6) I_{k3} = 0.$$

3. Решая совместно уравнения, определяем значения контурных токов I_{k1} , I_{k2} , I_{k3} . В том случае, когда значение контурного тока получаем со знаком « - », это означает, что его направление необходимо заменить на противоположное.

4. Токи во внешних ветвях схемы являются контурными токами и соответственно равны их значениям, т.е. $I_1 = I_{k1}$; $I_3 = I_{k2}$; $I_6 = I_{k3}$.

5. Составляют уравнения по первому закону Кирхгофа и определяют токи во внутренних ветвях, т.е. $I_4 = I_{k2} - I_{k3}$; $I_5 = I_{k1} - I_{k2}$; $I_6 = I_{k1} - I_{k3}$.

Составляем уравнение баланса мощностей как проверочное действие.

Уравнение баланса мощностей отражает равенство мощностей, отдаваемой источником и расходуемой приемниками, т.е. $P_{ист} = P_{пр}$

$$P_{ист} = -E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_5, \text{ Вт};$$

$$P_{np} = R_1 I_1^2 + (R_2 + R_{02}) I_2^2 + R_5 I_3^2 + R_4 I_6^2 + (R_3 + R_{03}) I_5^2 + R_4 I_6^2, \text{ Вт};$$

Тогда, получаем равенство

$$-E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_5 = R_1 I_1^2 + (R_2 + R_{02}) I_2^2 + R_5 I_3^2 + R_4 I_6^2 + (R_3 + R_{03}) I_5^2 + R_4 I_6^2.$$

1.2.3. Задание 1.1.

Расчет простых электрических цепей постоянного тока методом свертывания

Для электрической цепи, схема замещения которой изображена на рис. 1.1-1 – 1.1-30, по заданным значениям сопротивлений и ЭДС выполнить следующее:

- упростить методом свертывания электрическую цепь, представленную на рис. 1.1-1 – 1.1-30;
- найти токи, протекающие во всех ветвях, пользуясь законами Ома и Кирхгофа;
- составить уравнение баланса мощностей для заданной схемы и определить значение активной мощности.

Номер варианта задания соответствует номеру студента в списочном составе группы.

Рис. 1.1-1	Рис. 1.1-2
Рис. 1.1-3	Рис. 1.1-4

E_1	R_1	R
R1	5	Ohm
R2	2	Ohm
R3	4	Ohm
R4	1	Ohm
R5	8	Ohm
R6	6	Ohm
R7	12	Ohm
R8	6	Ohm
R9	2	Ohm

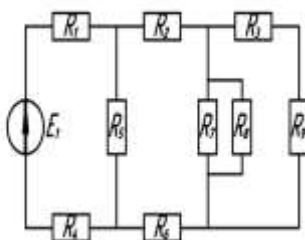


Рис. 1.1-5

E_1	R_1	R
R1	25	Ohm
R2	2	Ohm
R3	3	Ohm
R4	5	Ohm
R5	10	Ohm
R6	10	Ohm
R7	10	Ohm
R8	4	Ohm
R9	6	Ohm

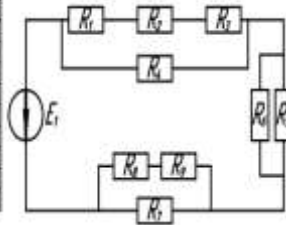


Рис. 1.1-6

E_1	R_1	R
R1	15	Ohm
R2	10	Ohm
R3	10	Ohm
R4	10	Ohm
R5	10	Ohm

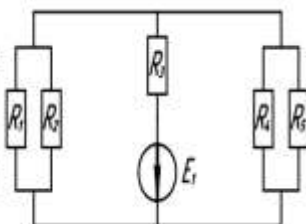


Рис. 1.1-7

E_1	R_1	R
R1	7	Ohm
R2	12	Ohm
R3	4	Ohm
R4	4	Ohm
R5	3	Ohm
R6	4	Ohm
R7	10	Ohm

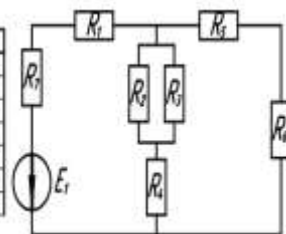


Рис. 1.1-8

E_1	R_1	R
R1	100	Ohm
R2	5	Ohm
R3	1	Ohm
R4	2	Ohm
R5	3	Ohm
R6	4	Ohm
R7	6	Ohm
R8	6	Ohm
R9	4	Ohm

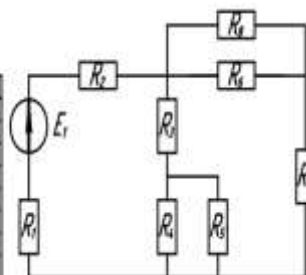


Рис. 1.1-9

E_1	R_1	R
R1	150	Ohm
R2	0.5	Ohm
R3	2	Ohm
R4	15	Ohm
R5	5	Ohm
R6	20	Ohm
R7	15	Ohm
R8	5	Ohm
R9	2	Ohm
R10	4	Ohm

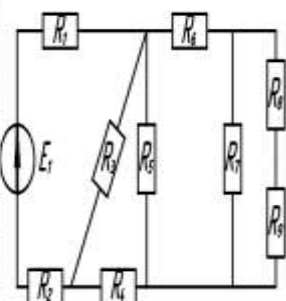


Рис. 1.1-10

E_1	R_1	R
R1	200	Ohm
R2	10	Ohm
R3	5	Ohm
R4	5	Ohm
R5	3	Ohm
R6	2	Ohm
R7	4	Ohm
R8	1	Ohm
R9	9	Ohm

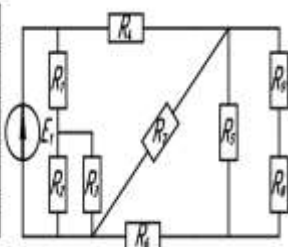


Рис. 1.1-11

E_1	R_1	R
R1	25	Ohm
R2	10	Ohm
R3	2	Ohm
R4	4	Ohm
R5	8	Ohm
R6	10	Ohm
R7	12	Ohm
R8	6	Ohm

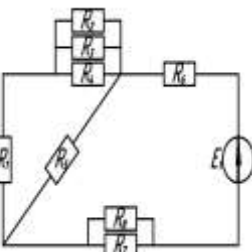


Рис. 1.1-12

E1	50	B
R1	3	Ohm
R2	7	Ohm
R3	4	Ohm
R4	4	Ohm
R5	5	Ohm
R6	5	Ohm
R7	15	Ohm
R8	30	Ohm
R9	30	Ohm
R10	30	Ohm

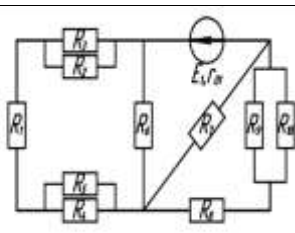


Рис. 1-1.13

E1	50	B
R1	7	Ohm
R2	5	Ohm
R3	2	Ohm
R4	10	Ohm
R5	30	Ohm
R6	4	Ohm
R7	6	Ohm
R8	8	Ohm

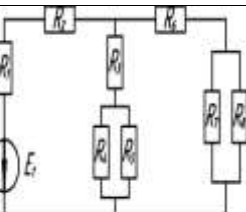


Рис. 1.1-14

E1	100	B
R1	2	Ohm
R2	5	Ohm
R3	4	Ohm
R4	3	Ohm
R5	8	Ohm
R6	7	Ohm
R7	3	Ohm
R8	10	Ohm
R9	10	Ohm

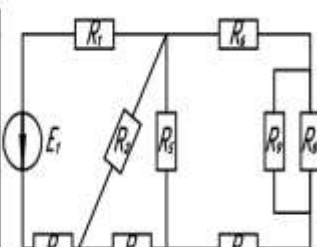


Рис. 1.1-15

E1	25	B
E2	10	B
R1	10	Ohm
R2	15	Ohm
R3	5	Ohm
R4	7	Ohm
R5	5	Ohm
R6	5	Ohm
R7	7.5	Ohm
R8	25	Ohm
R9	15	Ohm

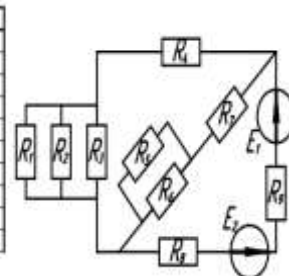


Рис. 1.1-16

E1	50	B
R1	15	Ohm
R2	6	Ohm
R3	7.8	Ohm
R4	10	Ohm
R5	20	Ohm
R6	5	Ohm
R7	5	Ohm
R8	10	Ohm

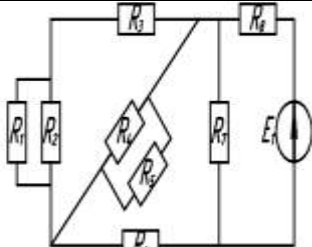


Рис. 1.1-17

E1	100	B
R1	10	Ohm
R2	6	Ohm
R3	20	Ohm
R4	20	Ohm
R5	5	Ohm
R6	8	Ohm
R7	4	Ohm
R8	2	Ohm
R9	10	Ohm
R10	10	Ohm

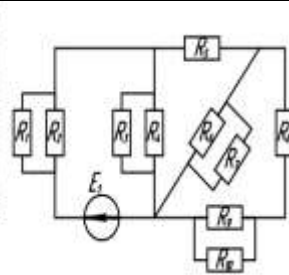


Рис. 1.1-18

E1	80	B
R1	8	Ohm
R2	2	Ohm
R3	6	Ohm
R4	20	Ohm
R5	5	Ohm
R6	10	Ohm
R7	7	Ohm
R8	7	Ohm

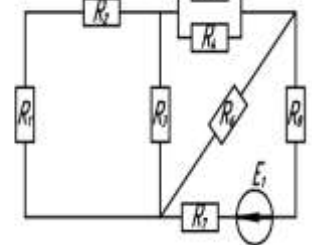


Рис. 1.1-19

E1	72	B
R1	25	Ohm
R2	7.5	Ohm
R3	15	Ohm
R4	15	Ohm
R5	4.5	Ohm
R6	9	Ohm
R7	7.5	Ohm
R8	15	Ohm

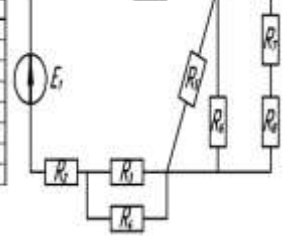
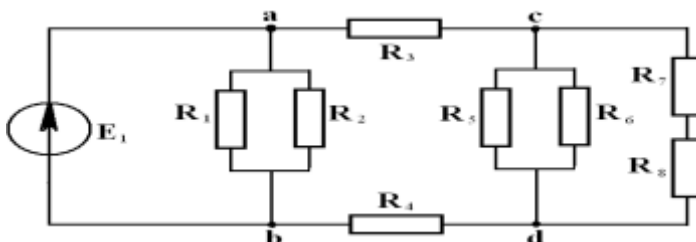
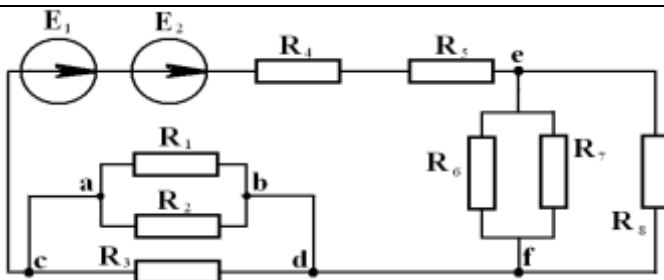


Рис. 1.1-20



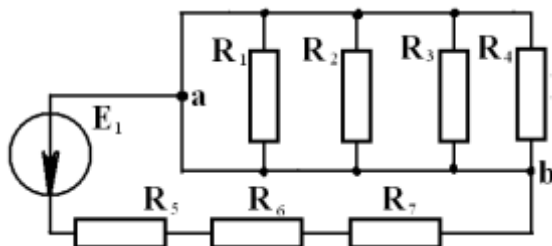
$E_1=25 \text{ B}$; $R_1= 10 \text{ OM}$; $R_2= 15 \text{ OM}$; $R_3= 25 \text{ OM}$; $R_4= 7 \text{ OM}$; $R_5= 5 \text{ OM}$;
 $R_6= 10 \text{ OM}$; $R_7= 8 \text{ OM}$; $R_8= 6 \text{ OM}$.

Рис. 1.1-21



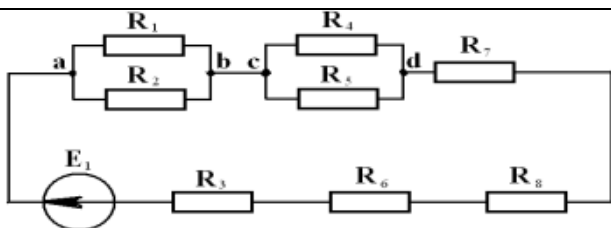
$E_1=35 \text{ B}$; $E_2=15 \text{ B}$; $R_1= 12 \text{ OM}$; $R_2= 8 \text{ OM}$; $R_3= 15 \text{ OM}$; $R_4= 3 \text{ OM}$; $R_5= 5 \text{ OM}$;
 $R_6= 10 \text{ OM}$; $R_7= 8 \text{ OM}$; $R_8= 6 \text{ OM}$.

Рис. 1.1-22



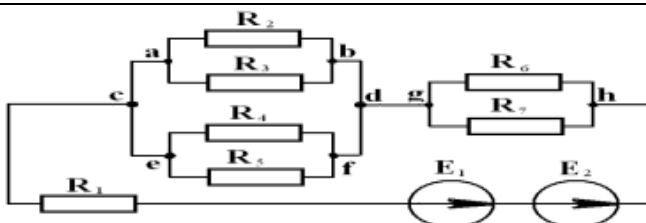
$E_1=50 \text{ B}$; $R_1= 2 \text{ OM}$; $R_2= 8 \text{ OM}$; $R_3= 4 \text{ OM}$; $R_4= 6 \text{ OM}$; $R_5= 10 \text{ OM}$;
 $R_6= 10 \text{ OM}$; $R_7= 5 \text{ OM}$.

Рис. 1.1-23



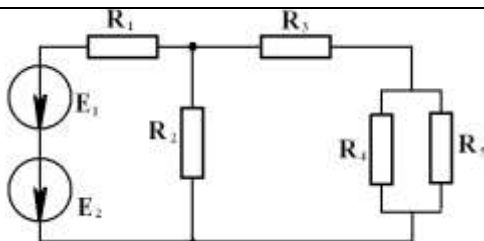
$E_1=40 \text{ В}; R_1=2 \text{ Ом}; R_2=8 \text{ Ом}; R_3=4 \text{ Ом}; R_4=6 \text{ Ом}; R_5=10 \text{ Ом}; R_6=10 \text{ Ом}; R_7=5 \text{ Ом}; R_8=6 \text{ Ом}.$

Рис. 1.1-24



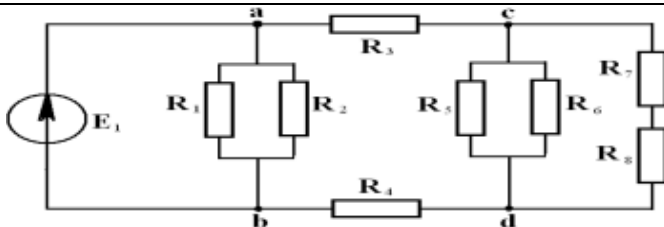
$E_1=35 \text{ В}; E_2=15 \text{ В}; R_1=12 \text{ Ом}; R_2=8 \text{ Ом}; R_3=15 \text{ Ом}; R_4=3 \text{ Ом}; R_5=5 \text{ Ом}; R_6=10 \text{ Ом}; R_7=8 \text{ Ом}.$

Рис. 1.1-25



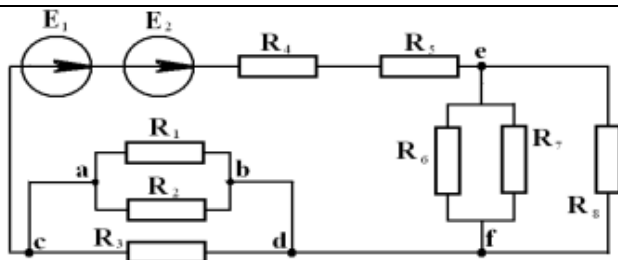
$E_1=15 \text{ В}; E_2=35 \text{ В}; R_1=8 \text{ Ом}; R_2=9 \text{ Ом}; R_3=12 \text{ Ом}; R_4=7 \text{ Ом}; R_5=5 \text{ Ом}.$

Рис. 1.1-26



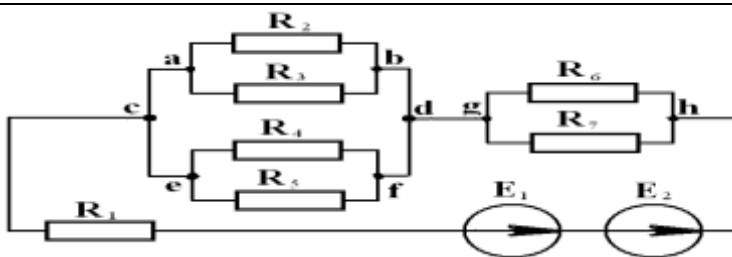
$E_1=75 \text{ В}; R_1=7 \text{ Ом}; R_2=3,5 \text{ Ом}; R_3=8 \text{ Ом}; R_4=5 \text{ Ом}; R_5=5 \text{ Ом}; R_6=10 \text{ Ом}; R_7=2 \text{ Ом}; R_8=6 \text{ Ом}.$

Рис. 1.1-27



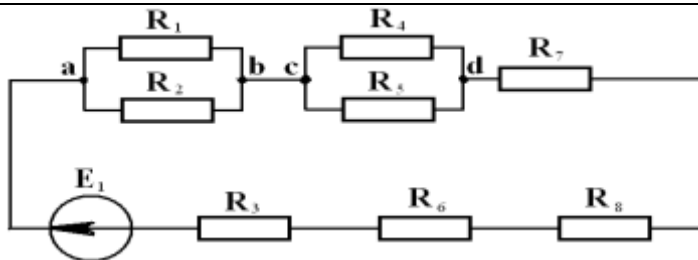
$E_1=13 \text{ B}$; $E_2=17 \text{ B}$; $R_1= 6 \text{ Ом}$; $R_2= 8 \text{ Ом}$; $R_3= 15 \text{ Ом}$; $R_4= 3 \text{ Ом}$; $R_5= 5 \text{ Ом}$;
 $R_6= 10 \text{ Ом}$; $R_7= 8 \text{ Ом}$; $R_8= 6 \text{ Ом}$.

Рис. 1.1-28



$E_1=35 \text{ B}$; $E_2=15 \text{ B}$; $R_1= 12 \text{ Ом}$; $R_2= 8 \text{ Ом}$; $R_3= 15 \text{ Ом}$; $R_4= 3 \text{ Ом}$;
 $R_5= 5 \text{ Ом}$; $R_6= 10 \text{ Ом}$; $R_7= 8 \text{ Ом}$

Рис. 1.1-29



$E_1=50 \text{ B}$; $R_1= 2 \text{ Ом}$; $R_2= 8 \text{ Ом}$; $R_3= 4 \text{ Ом}$; $R_4= 6 \text{ Ом}$; $R_5= 10 \text{ Ом}$; $R_6= 10 \text{ Ом}$;
 $R_7= 5 \text{ Ом}$; $R_8= 6 \text{ Ом}$.

Рис. 1.1-30

1.2.4. Задание 1.2.

Расчет сложных электрических цепей постоянного тока методом контурных токов

Для электрической цепи, схема замещения которой изображена на рис. 1.2-1 – 1.2-27, по заданным в табл.1 значениям сопротивлений и ЭДС выполнить следующее:

- составить систему уравнений по законам Кирхгофа;
- найти токи, протекающие во всех ветвях, пользуясь методом контурных токов;
- определить показание вольтметра, установленного в цепь, и составить баланс мощностей для заданной схемы;
- построить в масштабе потенциальную диаграмму для внешнего контура.

Номер варианта задания соответствует номеру в списочном составе группы.

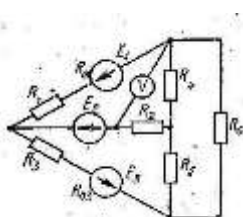


Рис 1.2-1

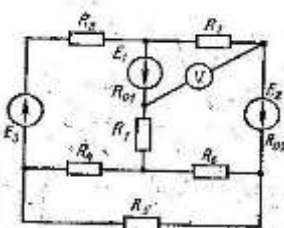


Рис.1.2-2

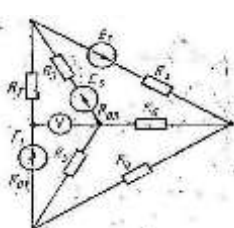


Рис.1.2-3

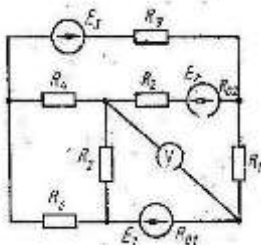


Рис.1.2-4

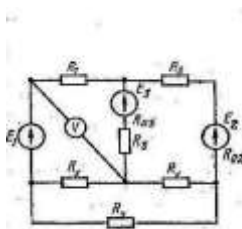


Рис.1.2-5

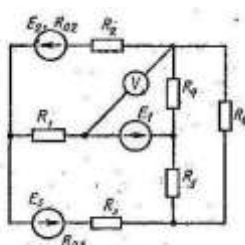


Рис.1.2-6

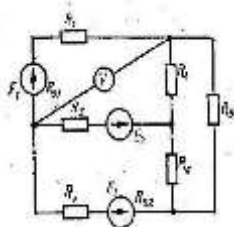


Рис.1.2-7

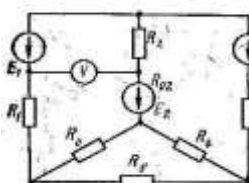


Рис.1.2-8

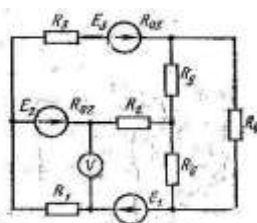


Рис.1.2-9

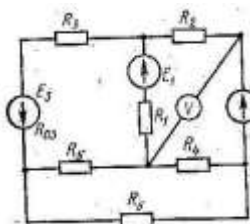


Рис.1.2-10

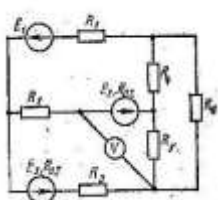


Рис.1.2-11

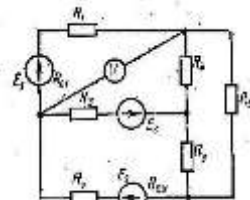


Рис.1.2-12

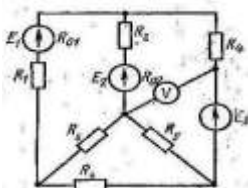


Рис.1.2-13

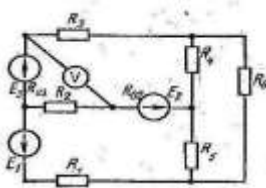


Рис.1.2-14

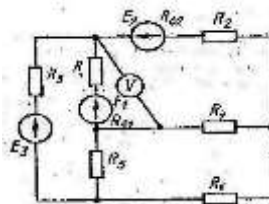


Рис.1.2-15

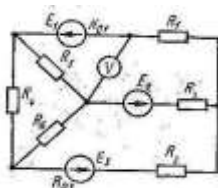


Рис.1.2-16

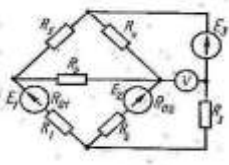


Рис.1.2-17

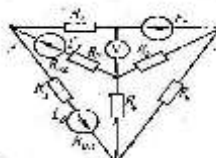


Рис.1.2-18

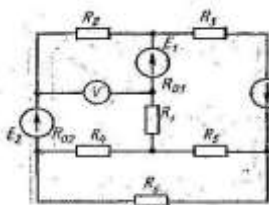


Рис.1.2-19

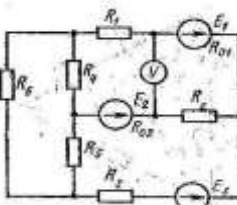


Рис.1.2-20

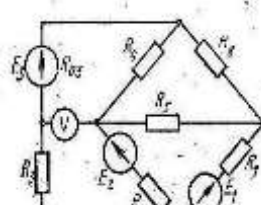


Рис.1.2-21

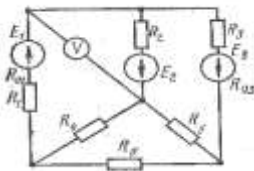


Рис.1.2-22

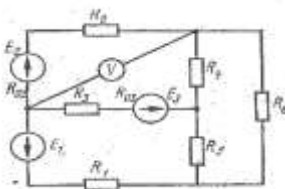


Рис.1.2-23

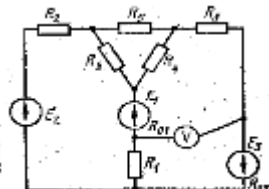


Рис.1.2-24

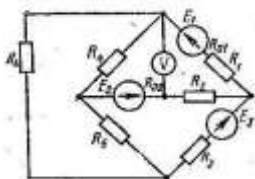


Рис.1.2-25

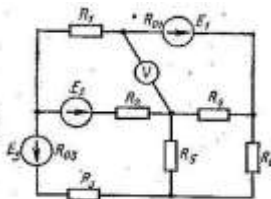


Рис.1.2-26

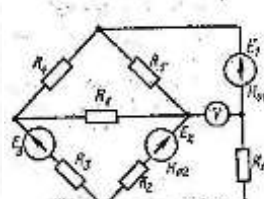


Рис.1.2-27

Таблица 1

Вариант /схема		Значения параметров											
		E ₁ В	E ₂ , В	E ₃ , В	R ₀₁ Ом	R ₀₂ Ом	R ₀₃ Ом	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	R ₄ , Ом	R ₅ , Ом	R ₆ , Ом
1	1.2-1	5	16	30	0,4	-	0,7	6	4	3	2	5	3
2	1.2-2	54	27	3	1,2	0,9	-	8,0	3	1	4	2	2
3	1.2-3	22	24	10	0,2	-	1,2	2	1	8	4	10	6
4	1.2-4	48	12	6	0,8	1,4	-	4,2	4	2	12	6	2
5	1.2-5	36	10	25	-	0,4	0,5	4	8	3	1	2	7
6	1.2-6	16	5	32	-	0,6	0,8	9	3	2	4	1	5
7	1.2-7	72	12	4	0,7	1,5	-	6,0	1	10	4	12	4
8	1.2-8	36	9	24	-	0,8	0,8	3,0	4	2	1	5	1
9	1.2-9	3	66	9	-	0,7	1,2	1,0	4	2	2	7	3
10	1.2-10	36	10	25	-	0,4	0,5	4	8	3	1	2	7
11	1.2-11	16	5	32	-	0,6	0,8	9	3	2	4	1	5
12	1.2-12	48	12	6	0,8	1,4	-	4,2	4	2	12	6	2
13	1.2-13	10	6	24	0,8	0,3	-	3,5	5	6	6	3	1
14	1.2-14	6	20	4	-	0,8	1,2	4	6	4	4	3	3
15	1.2-15	20	22	9	0,1	-	1,1	1	2	6	3	8	4
16	1.2-16	4	24	6	0,9	-	0,5	9,0	8	1	6	10	4
17	1.2-17	16	8	9	0,2	0,6	-	2,5	6	6	5	10	5
18	1.2-18	12	48	6	-	0,4	0,4	2,5	1	4	15	2	2
19	1.2-19	12	30	25	1,0	0,4	-	1,0	5	1	1	6	4
20	1.2-20	30	16	10	0,6	0,8	-	2,0	5	3	1	8	5
21	1.2-21	4	9	18	0,8	-	0,7	2,7	10	4	8	10	2
22	1.2-22	10	6	24	0,8	0,3	-	3,5	5	6	6	3	1
23	1.2-23	6	20	4	-	0,8	1,2	4	6	4	4	3	3
24	1.2-24	8	6	36	1,3	-	1,2	3,0	2	1	6	8	6
25	1.2-25	12	6	40	1,2	0,6	-	2,0	3	8	5	7	8
26	1.2-26	8	6	36	1,3	-	1,2	3,0	2	1	6	8	6
27	1.2-27	16	8	9	0,2	0,6	-	2,5	6	6	5	10	5
28	1.2-14	55	15	4	-	0,2	0,8	4	2	2	2	3	3
29	1.2-4	80	10	6	0,2	1,8	-	6,2	4	2	17	6	5
30	1.2-21	17	5	8	0,4	-	1,7	0,3	4	4	18	12	8

1.2.5. Пример решения задания 1.2.

В соответствии с заданием провести расчет электрической цепи постоянного тока, представленной на рис. 1-7.

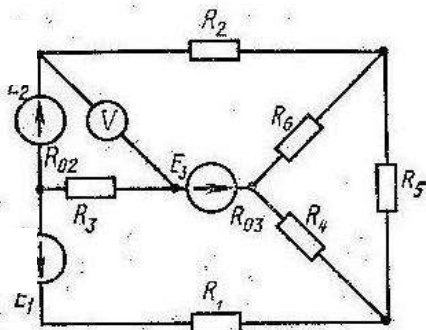


Рис. 1.7. Вариант электрической цепи, предложенной для примера расчета.

Дано:

$E_1 = 12 \text{ В}$; $E_2 = 36 \text{ В}$; $E_3 = 12 \text{ В}$;

$R_1 = 3,5 \text{ Ом}$; $R_{02} = 0,4 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_{03} = 1,2 \text{ Ом}$; $R_3 = 1 \text{ Ом}$; $R_4 = 5 \text{ Ом}$; $R_5 = 6 \text{ Ом}$; $R_6 = 9 \text{ Ом}$.

Выполняем следующие действия.

Для выполнения пункта задания по составлению уравнений по законам Кирхгофа:

1. В произвольном порядке буквами **А, Б, В, Г, Д** обозначаем узлы, а также намечаем направление токов, протекающих во всех ветвях.

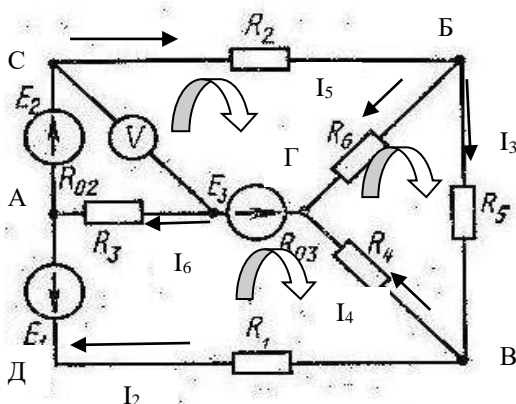


Рис.1.8. Схема замещения электрической цепи с обозначенными узлами и токами, протекающими во всех ветвях цепи.

2. Составляем уравнения:

- по 1-ому закону Кирхгофа в соответствии с выбранным направлением токов в ветвях, сходящихся в узлах:

для узла А $I_1 = I_2 + I_6$;

для узла Б $I_1 = I_3 + I_5$;

для узла В $I_5 = I_5 + I_4$;

для узла Г $I_6 = I_4 + I_5$.

- по 2-ому закону Кирхгофа в соответствии с выбранным направлением обхода контуров:

для контура 1 $E_2 - E_3 = (R_{02} + R_2) I_1 + R_6 I_5 + (R_{03} + R_3) I_6$;

для контура 2 $E_3 - E_1 = R_1 I_2 - (R_{03} + R_3) I_6 - R_4 I_4$;

для контура 3 $0 = R_4 I_4 - R_6 I_5 + R_5 I_3$.

При подставлении в уравнения значений сопротивлений и ЭДС из данных получим следующие уравнения:

для контура 1 $24 = 5,4 I_1 + 9 I_5 + 2,2 I_6$;

для контура 2 $0 = 3,5 I_2 - 2,2 I_6 - 5 I_4$;

для контура 3 $0 = 5 I_4 - 9 I_5 + 6 I_3$.

Полученную систему уравнений дополняем тремя уравнения (любыми из 4-х составленных по 1-ому закону Кирхгофа), и в результате получаем систему из 6 уравнений с шестью неизвестным, которыми являются токи в ветвях.

Для выполнения пункта задания по составлению уравнений пометоду контурных токов выполняем следующие действия:

1. Составляем для каждого выбранного ранее контуров уравнения контурных токов, предварительно наметив направление собственных контурных токов. В результате получаем уравнения, представленные следующими выражениями:

для контура 1 $(R_{02} + R_2 + R_{03} + R_3 + R_6) I_{k1} - (R_{03} + R_3) I_{k2} - R_6 I_{k3} = E_2 - E_3$

для контура 2 $-(R_{03} + R_3) I_{K1} + (R_{03} + R_3 + R_4 + R_1) I_{K2} - R_4 I_{K3} = E_3 - E_1$

для контура 3 $-R_6 I_{K1} - R_4 I_{K2} + (R_4 + R_6 + R_5) I_{K3} = 0$

2. Подставляем в уравнения значений сопротивлений и ЭДС из данных получим следующие уравнения:

для контура 1 $16,6 I_{K1} - 2,2 I_{K2} - 9 I_{K3} = 24;$

для контура 2 $-2,2 I_{K1} + 10,7 I_{K2} - 5 I_{K3} = 0;$

для контура 3 $-9 I_{K1} - 5 I_{K2} + 20 I_{K3} = 0.$

3. Полученная система уравнений может быть решена с помощью определителей (см. Приложение 1). Таким образом, получим следующие значения определителей:

$$\text{главный определитель } \Delta = \begin{vmatrix} +16,6 & -2,2 & -9 \\ -2,2 & +10,7 & -5 \\ -9 & -5 & +20 \end{vmatrix} = 1975,9$$

$$\text{частный определитель } \Delta_{K1} = \begin{vmatrix} +24 & -2,2 & -9 \\ 0 & +10,7 & -5 \\ 0 & -5 & +20 \end{vmatrix} = 4806$$

$$\text{частный определитель } \Delta_{K2} = \begin{vmatrix} +16,6 & +24 & -9 \\ -2,2 & 0 & -5 \\ -9 & 0 & +20 \end{vmatrix} = 2136$$

$$\text{частный определитель } \Delta_{K3} = \begin{vmatrix} +16,6 & -2,2 & +24 \\ -2,2 & +10,7 & 0 \\ -9 & -5 & 0 \end{vmatrix} = 2575,2$$

4. По полученным значениям определителей определяем значения контурных токов, т.е. значения токов в

ветвях внешнего контура схемы замещения рассматриваемой электрической цепи (см. рис. 1.7а):

$$I_1 = I_{к1} = \frac{4806}{1975,9} = 2,43 \text{ (A)};$$

$$I_2 = I_{к2} = \frac{2136}{1975,9} = 1,08 \text{ (A)};$$

$$I_3 = I_{к3} = \frac{2575,2}{1975,2} = 1,30 \text{ (A)};$$

5. Определяем значения токов в ветвях, являющихся общими для, соответственно, контуров 1и 2 и контуров 2 и 3. Для этого воспользуемся уравнениями по 1-ому закону Кирхгофа, составленными ранее, и получим значения токов , протекающих во внутренних ветвях заданной схемы замещения:

$$I_4 = I_3 - I_2 = 1,3 - 1,08 = 0,22 \text{ (A)};$$

$$I_5 = I_1 - I_3 = 2,43 - 1,30 = 1,13 \text{ (A)};$$

$$I_6 = I_1 - I_2 = 2,43 - 1,08 = 1,35 \text{ (A)}.$$

6. Для проверки правильности решения составим уравнение баланса мощностей:

$$- E_2 I_1 + E_3 I_6 - E_1 I_3 = R_1 I_2^2 + R_2 I_1^2 + R_3 I_6^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_3^2 + R_6 I_5^2$$

Подставив расчетные значения токов, получим равенство

$$58,32 \text{ Вт} = 57,29 \text{ Вт}.$$

Погрешность вычисления составила 1,7%.

Для выполнения пункта задания попостроению потенциальной диаграммы выполняем следующие действия:

1. Построение потенциальной диаграммы основывается на знании обобщенного закона Ома и строится

только для внешнего контура схемы замещения электрической цепи.

Для построения потенциальной диаграммы принимаем потенциал узла А, равным нулю, т.е. условно заземляем. Тогда потенциалы других точек внешнего контура схемы замещения электрической цепи определяются в соответствии со следующими выражениями

$$\varphi_A = 0 \text{ В};$$

$$\varphi_C = \varphi_A + E_2 = 0 + 36 = 36 \text{ В};$$

$$\varphi_B = \varphi_C - R_2 I_1 = 36 - 12,2 = 23,8 \text{ В};$$

$$\varphi_V = \varphi_B - R_5 I_3 = 23,8 - 7,9 = 15,9 \text{ В};$$

$$\varphi_D = \varphi_V - R_1 I_2 = 15,9 - 3,81 = 12,09 \text{ В};$$

$$\varphi_A = \varphi_D - E_2 = 12,09 - 12,0 = 0,09 \text{ В}.$$

2. Для непосредственно для построения потенциальной диаграммы:

- строим координатную сетку.

- по оси абсцисс откладываем значения сопротивлений, включенных во внешний контур схемы замещения электрической цепи, а по оси ординат – значение рассчитанных потенциалов.

- полученные точки пересечения координат на сетке соединяем прямой и получаем кривую изменения потенциалов в точках электрической цепи, т.е. потенциальную диаграмму (см. рис. 1-9).

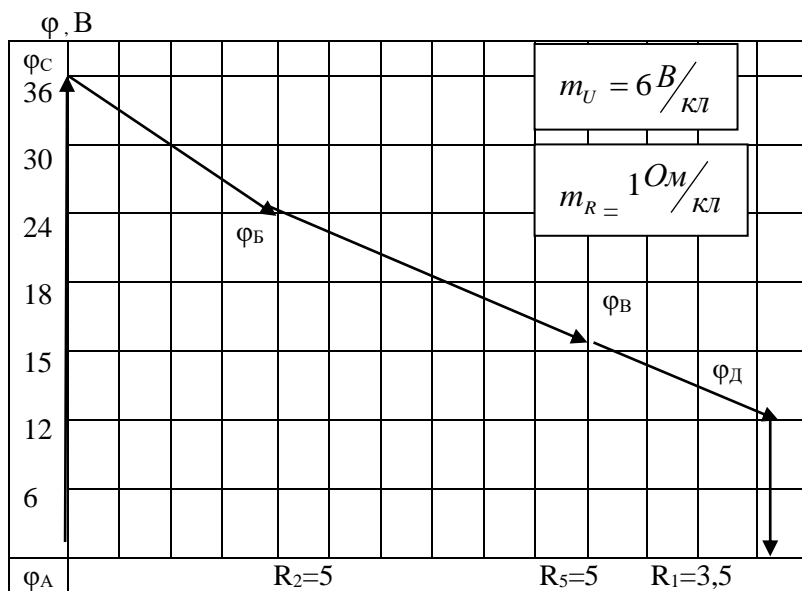


Рис. 1-9. Потенциальная диаграмма.

ТЕМА 2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

2.1. Основные понятия о переменном токе.

Переменный электрический ток – это электрический ток, периодически изменяющийся с течением времени. В электрических сетях используется синусоидальный переменный ток, который возникает в цепи под действием синусоидальной ЭДС. Синусоидальная ЭДС создается за счет явления электромагнитной индукции в рамке, которая вращается с постоянной скоростью V в однородном магнитном поле с индукцией B (рис. 4.1 а). Величина индуцируемой ЭДС $e = BVL\sin\alpha$, где L - длина активной стороны рамки, т.е. стороны, пересекающей магнитное поле; α - угол, под которым активная сторона рамки пересекает магнитное поле или угол поворота рамки относительно какой-то нейтральной плоскости.

Когда рамка находится в нейтральной плоскости ($\alpha = 0^\circ$), индуцируемая ЭДС равна нулю. Когда рамка пересекает магнитное поле под углом 90° ($\alpha = 90^\circ$), индуцированная ЭДС имеет максимальное значение.

Из этого следует, что ЭДС в рамке изменяется так, как $\sin\alpha$, т.е. по синусоидальному закону. Поэтому ее и называют синусоидальной.

Если рамка замкнута на внешнюю цепь, то в ней проходят ток, который, как и ЭДС, называется синусоидальным. Синусоидальная ЭДС, ток и напряжение характеризуются следующими величинами:

Амплитуда – максимальное значение синусоидальной величины. Амплитудные значения обозначаются E_m , I_m , U_m . Очевидно, $E = BVL$, если $\sin\alpha = 1$ (при $\alpha = 90^\circ$ или $\alpha = 270^\circ$). Следовательно, $e = E_m \sin\alpha$;

Период – наименьший интервал времени, по истечении которого мгновенное значение периодического электрического тока повторяется. За один период синусоидальная величина совершает полный цикл своих

изменений, после чего изменения повторяются в той же последовательности. Обозначается период буквой T измеряется период в секундах (сек);

Частота – число периодов в одну секунду времени:

$$f = 1 / T.$$

Промышленная частота f измеряется в герцах (Гц) и в России равна 50 Гц;

Угловая частота (скорость) – угол поворота рамки в единицу времени $\omega = \alpha / t$

Очевидно, за один период T рамка повернется на угол 2π радиан или 360° . Следовательно,

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi f;$$

Мгновенное значение ЭДС, тока или напряжения – значение синусоидальной величины в любой момент времени. Мгновенные значения обозначаются e , i , u . Тогда мгновенные значения синусоидальных величин можно записать в виде:

$$e = E_m \sin \omega t; \quad i = I_m \sin \omega t; \quad u = U_m \sin \omega t$$

Начальная фаза – угол, определяющий значение синусоидальной величины в начальный момент времени ($t=0$). Обозначается буквой Ψ . С учетом начальной фазы мгновенное значение синусоидальной ЭДС, например, можно записать:

$$e = E_m \sin (\omega t + \Psi) ;$$

Таким образом, мгновенное значение синусоидальной величины характеризуется амплитудой (E_m , I_m , U_m), угловой частотой ω и начальной фазой Ψ .

Величина $(\omega t + \Psi)$ называется **фазой синусоиды**.

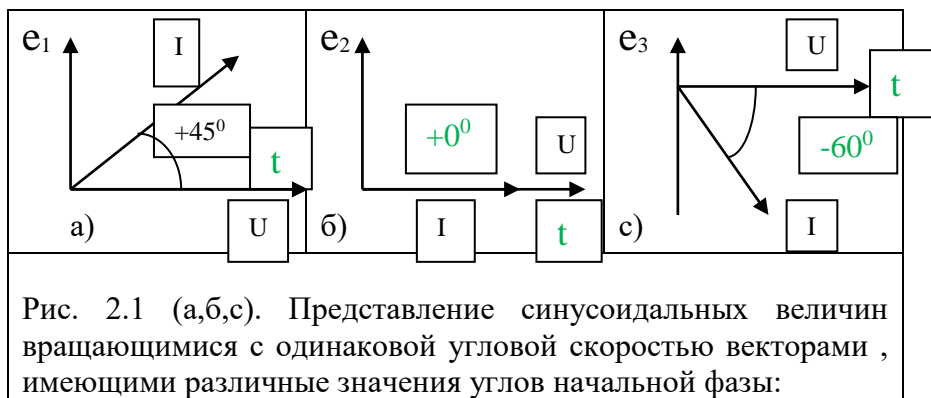
2.2. Представление синусоидальных величин вращающимися векторами

Для наглядности синусоидальные величины изображаются векторами, вращающимися против часовой стрелки со скоростью, равной угловой частоте этих синусоид. Так как эти векторы изображают синусоиды в начальный момент времени ($t=0$), то они неподвижны. Длина вектора в

выбранном масштабе определяется амплитудой синусоиды, а угол поворота вектора против часовой стрелки относительно положительного направления оси абсцисс равен начальной фазе синусоиды. Таким образом, вектор учитывает все значения, характеризующие синусоидальную величину: амплитуду, угловую частоту и начальную фазу.

Так, например, три синусоидальные ЭДС одинаковой частоты

$e_1 = E_{m1} \sin(\omega t + 45^\circ)$; $e_2 = E_{m2} \sin(\omega t + 0^\circ)$, $e_3 = E_{m3} \sin(\omega t - 60^\circ)$ можно изобразить векторами (рис. 2.1 а,б,с.).



Совокупность нескольких векторов, изображающих синусоидальные величины одинаковой частоты в начальный момент времени, называется *векторной диаграммой*.

Сложение и вычитание синусоидальных величин одинаковой частоты можно осуществить аналитически и графически – построение волновых или векторных диаграмм. Суммарная синусоида имеет ту же частоту, что и исходные.

Широкое применение получило сложение и вычитание с помощью векторных диаграмм. Сложение векторов осуществляется по правилу параллелограмма.

Исходя из этого, проанализируем простейшие электрические цепи переменного тока.

2.3. Представление синусоидальных величин вращающимися векторами на плоскости комплексных чисел.

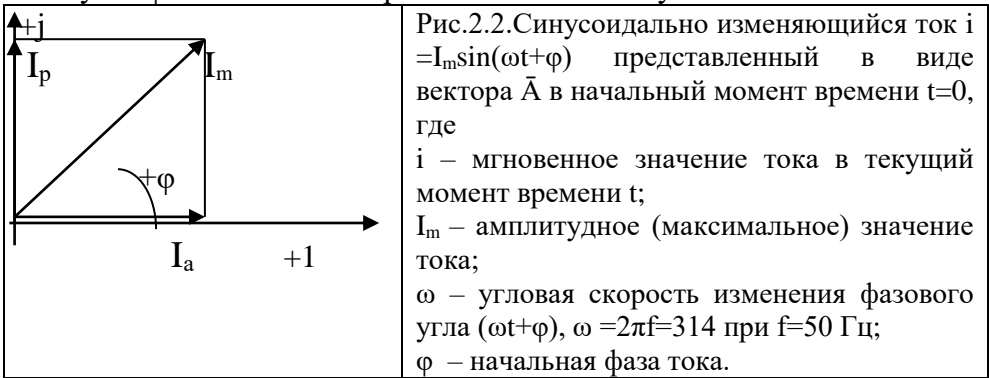
Широкое применение для расчета сложных цепей переменного тока нашел символический метод, основанный на использовании комплексных чисел и позволяющий вести расчет с применением алгебраических формул.

2.3.1. Комплексные числа и действия с ними.

Суть символического метода с применением комплексных чисел заключается в том, что синусоидально изменяющиеся токи, падения напряжения на элементах, э.д.с. представляются вращающимися векторами на плоскости комплексных чисел.

Комплексным числом называется число, представленное в виде $\bar{A} = \pm A_1 \pm jA_2$, т.е. алгебраической суммой двух слагаемых: вещественной частью A_1 и мнимой частью jA_2 комплексного числа \bar{A} . Плоскость комплексных чисел представлена плоскостью со следующими осями: ось представляет собой декартовую систему с той лишь разницей, что ось абсцисс будет представлена осью вещественных или действительных чисел ($-1 \dots +1$), а ось ординат – как ось мнимых чисел ($-j \dots +j$). Тогда комплексное число будет представлено вектором, вращающимся с угловой скоростью Ω , длина которого соответствует абсолютному или действующему значению комплексного числа, а угол наклона к оси вещественных чисел соответствует начальной фазе φ синусоидально изменяющихся токов, падений напряжения, э.д.с. Тогда, например, синусоидально изменяющийся ток $i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ может быть представлен на плоскости комплексных чисел в виде вектора \underline{I} в начальный момент времени $t=0$ (см. рис. 2.2). При этом, положительные значения угла φ , соответствующее положительному значению начальной фазы синусоидальной величины, откладывается против часовой стрелки от положительной полуоси

вещественных чисел, т.е. от оси +1, а отрицательные значения угла φ – по часовой стрелки от той же полуоси.



Согласно теории комплексных чисел синусоидальные величины могут быть представлены в трех формах комплексного числа: алгебраической, показательной и тригонометрической:

Синусоидально изменяющаяся величина, например, тока $i = I_m \sin(\omega t \pm \varphi)$		
Показательная	Тригонометрическая	Алгебраическая
$\underline{I} = I_m e^{\pm j\varphi}$, e – основание натурального логарифма; j – оператор поворота (или мнимая единица, $j = \sqrt{-1}$)	$\underline{I} = I_m \cos(\pm \varphi) + j I_m \sin(\pm \varphi)$ Перевод из показательной формы в тригонометрическую основан на формуле Эйлера: $e^{\pm j\varphi} = \cos(\pm \varphi) + j \sin(\pm \varphi)$	$\underline{I} = I_a \pm j I_p$ I_a – активная составляющая тока I (проекция вектора I_m на ось вещественных чисел; I_p – реактивная составляющая тока I (проекция вектора I_m на ось мнимых чисел)

Рис. 2.3. Формы представления комплексных чисел.

Благодаря такому представлению комплексных чисел можно просто выполнять такие арифметические операции как сложение/вычитание и умножение/деление. Причем, сложение и вычитание выполняют, представляя комплексные числа в алгебраической форме, а умножение и деление - в показательной форме. При этом учитывают, что при умножении комплексных чисел значения углов складываются с учетом их знаков, а при делении – вычитаются.

При анализе работы и расчетах цепей переменного тока, содержащих в качестве потребителей (или нагрузки) как активные (осветительные лампы, резисторы) так и реактивные (реальные катушки индуктивности и конденсаторы) элементы, исходят из того, что для мгновенных значений переменного тока можно использовать все соотношения, законы и методы, используемые в цепях постоянного тока.

Исходя из этого, проанализируем простейшие электрические цепи переменного тока.

2.3.2. Цепь с активным сопротивлением.

Активным сопротивлением R обладают проводники и элементы, которые нагреваются при протекании через них тока.

Если к активному сопротивлению R приложено синусоидальное напряжение

$u = U_m \sin \omega t$, то ток в этой цепи изменяется также по синусоидальному закону и имеет ту же начальную фазу, т.е. сдвиг фаз между током, протекающим через резистор и падением напряжения на нем равен нулю:

$$i = u / R = (U_m / R) \sin \omega t = I_m \sin \omega t,$$

$$\text{где } I_m = U_m / R, A; \varphi_R = 0 \text{ град.}$$

Если записать приложенное синусоидальное напряжение и ток в заданной цепи в виде комплексного числа с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения

$$\underline{U} = U_m e^{+j \varphi_R} e^{+j\omega t} = \underline{U}_m e^{+j\omega t}, \text{ В}$$

$$\underline{I} = I_m e^{+j \varphi_R} e^{+j\omega t} / R = \underline{I}_m e^{+j\omega t}, \text{ А}$$

Тогда, математическое выражение закона Ома для цепи переменного тока с активным сопротивлением будет представлено выражением

$$\underline{I} = \underline{U} / R, \text{ А}$$

Векторная диаграмма представлена на рис. 2.4.

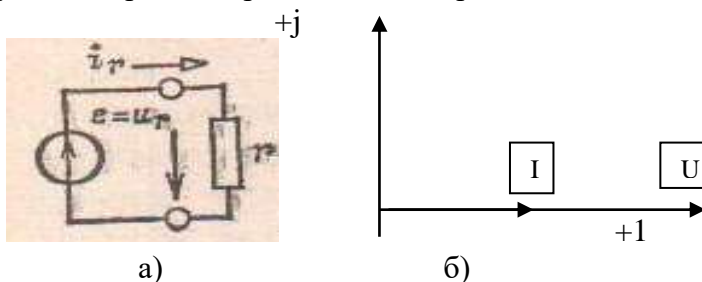


Рис. 2.4. Простейшая цепь, содержащая резистор (а) и соответствующая векторная диаграмма приложенного напряжения и протекающего в этой цепи тока (б).

Ток в электрической цепи с активным сопротивлением совпадает по фазе с напряжением, так как начальные фазы их равны.

Мгновенная мощность цепи равна $p = u i$.

Если произвести это действие над кривыми тока и напряжения в определенном масштабе, то получим волновую диаграмму мощности p , из которой можно увидеть, что мощность в цепи с активным сопротивлением изменяется по величине, но не изменяется по направлению. Эта мощность не обратима, так поступает от источника к потребителю и преобразуется в другие виды мощности или энергию. Так как эта мощность полностью потребляется потребителем, преобразуясь в тепловую энергию, то она называется **активной**. Сопротивление R , на котором происходит такое

преобразование, называется также **активным сопротивлением**. Величина активной мощности P в цепи измеряется в Ваттах (Вт) и определяется по формуле

$$P = UI = I^2 R = U^2 / R, \text{ Вт.}$$

2.3.3. Цепь с идеальной индуктивностью.

Катушка индуктивности L , у которой $R = 0$, называется идеальной. Если в цепи с идеальной катушкой (рис.2.5) протекает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, то он создает синусоидальный магнитный поток $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$, который индуцирует в катушке ЭДС самоиндукции

$$e_L = I_m \omega L \cos \omega t = E_m \sin (\omega t - 90^\circ), \text{ где } E_m = I_m \omega L$$

Для существования тока в идеальной катушке к ней должно быть приложено напряжение, которое в любой момент времени равно по величине $u = e_L$, но находится в противофазе с ЭДС самоиндукции, т.е.

$$u_L = I_m \omega L \cos \omega t = U_m \sin (\omega t + 90^\circ), \text{ где } U_m = I_m \omega L.$$

Если записать синусоидальный ток и приложенное синусоидальное напряжение в заданной цепи в виде комплексного числа с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения

$$\underline{I} = I_m e^{+j(\omega t + \psi)} = \underline{I}_m e^{+j\omega t}, \text{ где } \underline{I}_m = I_m e^{+j\psi}, \text{ А}$$

$$\underline{U}_m = U_m e^{+j(\psi + 90)} = \omega L I_m e^{+j\psi} e^{+j90} = \omega L \underline{I}_m e^{+j90} = +j \omega L \underline{I}_m, \text{ В}$$

где $e^{+j90} = +j$.

Тогда, учитывая, что **величина ωL** имеет размерность сопротивления, обозначаем это выражение представляем как реактивное сопротивление катушки индуктивности в виде алгебраической формы комплексного числа, т.е.

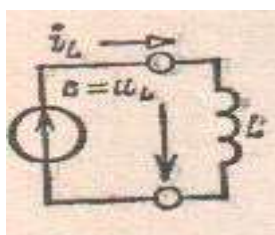
$$X_L = +j \omega L = +j 2\pi fL - \text{комплекс индуктивного сопротивления.}$$

Тогда, математическое выражение закона Ома в комплексной форме в цепи с идеальной катушкой индуктивности представлено выражением

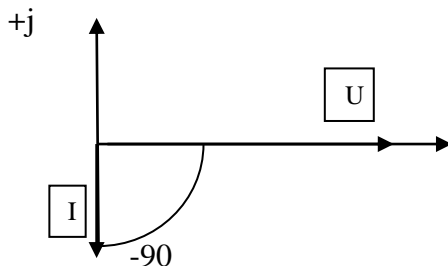
$$\underline{I} = \underline{U} / +j \omega L = \underline{U} / +j X_L, \text{ А}$$

Векторная диаграмма для цепи с идеальной катушкой изображена на рис. 2.5.

Напряжение, приложенное к идеальной катушке, опережает ток по фазе на угол $+90^\circ$.



а)



б)

Рис. 2.5. Простейшая цепь, содержащая идеальную катушку индуктивности (а) и соответствующая векторная диаграмма приложенного напряжения и тока в этой цепи (б).

Мгновенная мощность для цепи с идеальной катушкой индуктивности

$$p = u i = U_m \sin (\omega t + 90^\circ) I_m \sin \omega t = U I \sin 2\omega t.$$

Из этого следует, что в цепи с идеальной индуктивностью мощность изменяется также по синусоидальному закону, но с удвоенной частотой. Так в 1-ю и 3-ю четверти периода мощность накапливается в магнитном поле идеальной катушки, в 2-ю и 4-ю четверти периода та же мощность из магнитного поля возвращается к источнику. Таким образом, в цепи переменного тока с индуктивностью имеет место колебания мощности (энергии) между источником и магнитным полем индуктивности.

Такая колеблющаяся между источником и нагрузкой мощность, в отличие от активной, называется **реактивной мощностью**:

$$Q_L = U_L I = X_L I^2 = U^2 / X_L, \text{ Вар},$$

где $X_L = 2\pi fL$ – реактивное индуктивное сопротивление. Обусловленное противодействием ЭДС самоиндукции изменению тока (правило Ленца).

Измеряется реактивная мощность в варах: вольт-ампер реактивный (Var). Реактивная мощность загружает источник и провода, но не потребляется, т.е не преобразуется в другие виды мощности (энергии).

2.3.4. Цепь с идеальным конденсатором (емкостью)

Если к конденсатору емкостью C приложено переменное синусоидально изменяющееся напряжение u , то в цепи конденсатора возникает переменный ток заряда и разряда конденсатора, при этом через диэлектрик конденсатора ток не проходит.

Если напряжение на конденсаторе изменяется по синусоидальному закону $u = U_m \sin \omega t$, то ток в цепи конденсатора будет представлен выражением

$$i = dq/dt = C du/dt = U_m \omega C \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + 90^\circ),$$

$$\text{где } I_m = U_m \omega C,$$

т.е. ток в цепи с емкостью, изменяясь по синусоидальному закону, опережает напряжение на угол 90° .

Математическое выражение закона Ома для цепи переменного тока, содержащей емкость, представлено ниже :

$$I = \omega C U \text{ или } I = U / (1/\omega C) \text{ или } I = U / X_c,$$

где $X_c = 1/(\omega C) = 1/(2\pi fC)$ – реактивное емкостное сопротивление.

Если записать приложенное синусоидальное напряжение и синусоидальный ток в заданной цепи в виде

комплексного числа с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения

$$\underline{U} = U_m e^{+j(\omega t + \psi)} = \underline{U}_m e^{+j\omega t}, \text{ где } \underline{U}_m = U_m e^{+j\psi}, \text{ В}$$

$$\underline{I} = I_m e^{+j(\omega t + (\psi + 90))} = I_m e^{+j\psi} e^{+j90} e^{+j\omega t} = +j I_m e^{+j\omega t}, \text{ А}$$

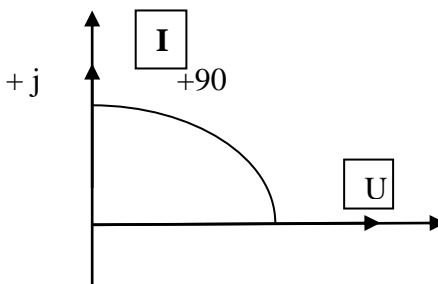
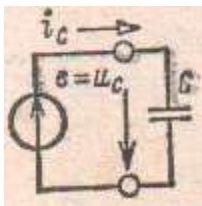
$$\text{где } \underline{I}_m = I_m e^{+j\psi} = +j (U_m C e^{+j\psi}) / X_c, \text{ А}$$

умножаем числитель и знаменатель полученной дроби на на сопряженный оператор, т.е на $(-j)$ и получаем математическое выражение закона Ома в комплексной форме в цепи с идеальным конденсатором :

$$\underline{I} = \underline{U} / -j \omega C = \underline{U} / -j X_c, \text{ А}$$

Напряжение, приложенное к идеальной катушке, опережает ток по фазе на угол $+90^\circ$.

Векторная диаграмма для цепи с идеальной катушкой изображена на рис. 2.6.



+1

а)

б)

Рис. 2.6. Простейшая цепь, содержащая идеальный конденсатор (а) и соответствующая векторная диаграмма приложенного напряжения и тока в этой цепи (б).

Мгновенная мощность электрической цепи с конденсатором $p = u i = U_m \sin(\omega t - 90^\circ) I_m \sin \omega t = -U I \sin 2\omega t$, т.е. мгновенная мощность p изменяется по синусоидальному закону с двойной частотой? т.е. во 2-ю и 4-ю четверти периода мощность накапливается в электрическом поле конденсатора, а в 1-ю и 3-ю четверти та же мощность

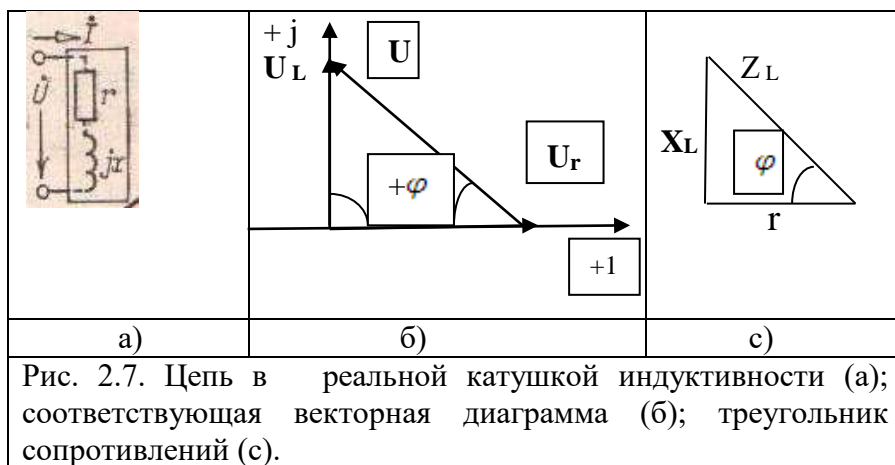
возвращается к источнику. Таким образом, в цепи переменного тока с емкостью происходит колебание мощности (энергии) между источником и электрическим полем конденсатора, т.е. эта мощность реактивная

$$Q_C = U_C I = X_C I^2 = U^2 / X_C.$$

реактивная мощность в цепи с емкостью находится в противофазе с реактивной мощностью в цепи с индуктивностью (рис. 4.8. в), поэтому перед аналитическим выражением мгновенной мощности в цепи с емкостью стоит знак « - ».

2.3.5. Цепь с активным сопротивлением и индуктивностью (цепь с реальной индуктивностью)

Цепь переменного тока с реальной катушкой индуктивности, т.е. с катушкой, обладающей активным сопротивлением r и индуктивностью L (рис. 2.7.а), можно рассматривать как неразветвленную цепь с последовательно включенными активным r и индуктивным X_L сопротивлениями.



Действующее значение напряжения цепи определяется геометрической суммой действующих значений падения напряжения на активном $u_r = i r$ и индуктивном $u_L = i X_L$ сопротивлениях реальной катушки, т.е. $U = u_r + u_L$. Если ток в рассматриваемой цепи изменяется по синусоидальному закону $i = I_m \sin \omega t$, то и напряжения изменяются по синусоидальному закону. При этом

$u_r = U_m \sin \omega t$ – совпадает по фазе с током, а

$u_L = U_m \sin (\omega t + 90^\circ)$ – опережает ток по фазе на угол 90° .

На этом основании строится векторная диаграмма (рис. 2.7.б).

Из векторной диаграммы видно, что напряжение, приложенное к реальной катушке, опережает по фазе ток на угол $\varphi < 90^\circ$ и может быть записано:

$$u = U_m \sin (\omega t + \varphi),$$

где φ - угол сдвига фаз между векторами тока и напряжения.

Воспользовавшись теоремой Пифагора (рис.2.7.с), можно определить напряжение

$$U_m = \sqrt{(U_{mr}^2 + U_{mL}^2)} = \sqrt{(I r)^2 + (I X_L)^2} = I \sqrt{(r^2 + X_L^2)},$$

откуда

$$I_m = U_m / \sqrt{(r^2 + X_L^2)}$$

Выражение является математическим выражением закона Ома для цепи переменного тока с реальной катушкой индуктивности. Знаменатель этого выражения – полное сопротивление Z_L рассматриваемой цепи. Таким образом, сопротивление цепи переменного тока с реальной катушкой индуктивности определяется по формуле:

$$Z_L = \sqrt{(r^2 + X_L^2)}.$$

Тогда закон Ома в общем виде записывается выражением

$$I = U / Z$$

Треугольник, все стороны которого изображены векторами напряжений, называется *треугольником напряжений* (см. рис.2.7.б). Связь между напряжениями в данной цепи можно рассматривать как соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника, т.е.

$$U_m = \sqrt{(U_{m_r}^2 + U_{mL}^2)}; U_{m_r} = U_m \sin \varphi; U_{mL} = U_m \cos \varphi.$$

Если все стороны треугольника напряжений разделить на величину тока в цепи (т.к. ток, протекающий в последовательно соединенных элементов один и тот же), то получим подобный треугольник, все стороны которого в определенном масштабе изображают сопротивления цепи, т.е. получим треугольник сопротивлений (рис.2.7.с). Сопротивления не являются векторными величинами. Из треугольника сопротивлений можно определить:

$$Z_L = \sqrt{(r^2 + X_L^2)}; r = Z \cos \varphi; X_L = Z \sin \varphi;$$

$$\cos \varphi = r / Z_L; \sin \varphi = X_L / Z_L; \operatorname{tg} \varphi = X_L / r.$$

Обычно тригонометрические функции угла φ определяются из треугольника сопротивлений.

Если все стороны треугольника напряжений умножить на величину квадрата тока цепи, то получим подобный треугольник, все стороны которого в определенном масштабе изображают мощности цепи, т.е. получим треугольник мощностей.

Произведение напряжения на ток характеризует полную или кажущуюся мощность, измеряемую в Вольт-Амперах (ВА): $S = U I$.

Если записать протекающий в этой цепи синусоидальный ток и приложенное синусоидальное напряжение в виде комплексных чисел с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения:

$$\underline{I} = I_m e^{+j(\omega t + \psi)}$$

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_L = \underline{I} r + \underline{I}(+j X_L) = \underline{I}(r + j X_L) = \underline{I} \underline{Z}_{\text{полн.}},$$

где $\underline{Z}_{\text{полн.}} = (r + j X_L) = \sqrt{(r^2 + X_L^2)} e^{+j\psi}$, - есть комплексное сопротивление реальной катушки индуктивности

в соответственно алгебраической и показательной формах, при этом $\psi = \arctg(X_L / r)$.

Тогда закон Ома в комплексной форме для цепи с реальной катушкой индуктивности будет определяться из выражения

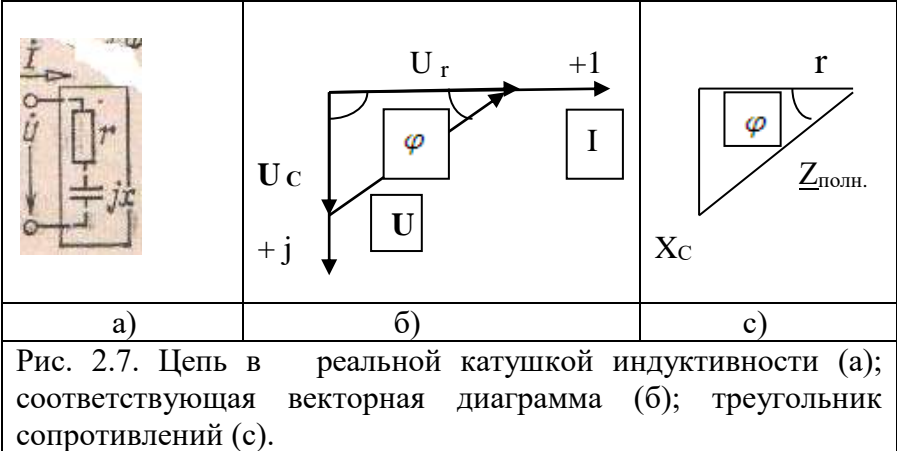
$$\underline{I} = \underline{U} / (r + j X_L) = \underline{U} / Z_{\text{полн.}}, \text{ А}$$

2.3.6. Цепь с активным сопротивлением и конденсатором

Цепь переменного тока с реальным конденсатором, т.е. сконденсатором, обладающей активным сопротивлением r и емкостью C , можно рассматривать как неразветвленную цепь с последовательно включенными активным r и реактивным емкостным X_C сопротивлениями (рис.2.8.а).

Если в цепи с последовательно включенными активным сопротивлением r и емкостью C протекает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, то он создает падение напряжения на

активном сопротивлении $u_r = i r = r I_m \sin \omega t$
 емкостном сопротивлении $U_c = i X_c = X_c I_m \sin (\omega t - 90^\circ)$.



Напряжение, приложенное к цепи, и ток, протекающий в ней, изменяется также по синусоидальному закону и отстает по фазе от тока на угол $\varphi < 90^0$, т.е.

$$u = U_m \sin(\omega t - \varphi).$$

Действующее значение напряжения, приложенного к этой цепи, определяется из векторной диаграммы (рис. 2.8.б) и, согласно теореме Пифагора, равно

$$U = \sqrt{(U_r^2 + U_C^2)} = \sqrt{((I r)^2 + (I X_C)^2)} = I \sqrt{(r^2 + X_C^2)}.$$

Откуда математическое выражение закона Ома для электрической цепи с реальной емкостью представляет собой выражение:

$$I = U / \sqrt{(r^2 + X_C^2)}$$

Вновь рассмотрим *треугольник напряжений*. Связь между напряжениями в данной цепи можно рассматривать как соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника, т.е.

$$U = \sqrt{(U_r^2 + U_C^2)}; \quad U_r = U \sin \varphi; \quad U_C = U \cos \varphi \text{ и др.}$$

Если все стороны треугольника напряжений разделить на величину тока в цепи (т.к. ток, протекающий в последовательно соединенных элементов один и тот же), то получим подобный треугольник, все стороны которого в определенном масштабе изображают сопротивления цепи, т.е. получим треугольник сопротивлений (рис. 4.11.б). Сопротивления не являются векторными величинами. Из треугольника сопротивлений можно определить:

$$Z_C = \sqrt{(r^2 + X_C^2)}; \quad r = Z \cos \varphi; \quad X_C = Z \sin \varphi; \quad \cos \varphi = r / Z; \quad \sin \varphi = X_C / Z; \quad \tan \varphi = X_C / r.$$

Обычно тригонометрические функции угла φ определяются из треугольника сопротивлений.

Если все стороны треугольника напряжений умножить на величину квадрата тока цепи, то получим подобный

треугольник, все стороны которого в определенном масштабе изображают мощности цепи, т.е. получим треугольник мощностей.

Произведение напряжения на ток характеризует полную или кажущуюся мощность, измеряемую в Вольт-Амперах (ВА): $S = U I$.

Если записать приложенное синусоидальное напряжение и протекающий в этой цепи синусоидальный ток в виде комплексных чисел с учетом угла сдвига, то получим следующие выражения:

$$\underline{I} = I_m e^{+j(\omega t + \psi)}$$

$$\underline{U} = \underline{U}_r + \underline{U}_C = \underline{I} r + \underline{I}(-j X_C) = \underline{I}(r - j X_C) = \underline{I} \underline{Z}_{\text{полн.}},$$

где $\underline{Z}_{\text{полн.}} = (r - j X_C) = \sqrt{(r^2 + X_C^2)} e^{-j\psi}$, - есть комплексное сопротивление реального конденсатора в соответственно алгебраической и показательной формах,

при этом $\psi = \arctg(X_C / r)$.

Тогда закон Ома в комплексной форме для цепи с реальным конденсатором будет определяться из выражения

$$\underline{I} = \underline{U} / (r - j X_C) = \underline{U} / \underline{Z}_{\text{полн.}}, \text{ A}$$

Если проанализировать простейшие электрические цепи (см. разделы 2.3.....), т.е. цепи содержащие идеальные и реальные элементы R , L или C , с помощью теории комплексных чисел, то расчет электрических схем переменного тока с помощью комплексных чисел, содержащих

- идеальные элементы R , L и C , основывается на данных таблицы 2.1;

- реальные элементы R , L и C , основывается на данных таблицы 2.2.

Таблица 2.1.

Анализ простейших электрических цепей переменного тока, содержащих идеальные элементы R (Ом), L (Гн) и C(Ф).

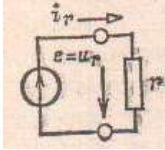
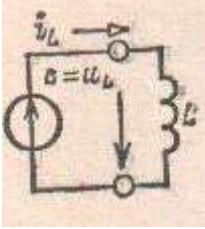
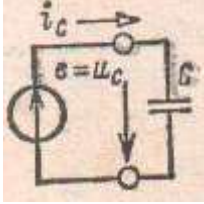
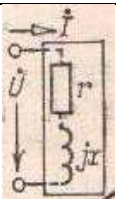
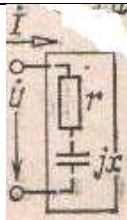
параметры электрической цепи		Простейшие схемы замещения		
				
Сопротивле ние, Ом	абсолютное значение	R	$X_L = 2\pi \cdot f \cdot L$	$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$
	Алгебраиче ская форма	R	$+jX_L = +j2\pi \cdot f \cdot L$	$-jX_C = -j\frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$
Сопротивление в виде комплексного числа, Ом	Показатель ная форма	R	$X_L \cdot e^{+j90^\circ}$	$X_C \cdot e^{-j90^\circ}$
	Активная Вт	$P = R \cdot I^2$		
Мощность	Реактивная, Вар		$Q_L = +jX_L \cdot I^2$	$Q_C = -jX_C \cdot I^2$

Таблица 2.2.

Анализ простейших электрических цепей переменного тока, содержащих реальные элементы R, L и C.

параметры электрической цепи		Электрических цепей переменного тока, содержащих реальные элементы R (Ом), L (Гн) и C(Ф).	
			
Сопротивление в виде комплексного числа,	Алгебраическая форма	$R + jX_L$	$R - jX_C$
	Показательная форма	$\sqrt{(R^2 + X_L^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{X_L}{R}}$	$\sqrt{(R^2 + X_C^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{X_C}{R}}$
Мощность	Активная, Вт	$P = R \cdot I^2$	$P = R \cdot I^2$
	Реактивная, Вар	$Q_L = +jX_L \cdot I^2$	$Q_C = -jX_C \cdot I^2$
	Полная, ВА	$S = P + jQ_L = \sqrt{(P^2 + Q_L^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{Q_L}{P}}$	$S = P - jQ_C = \sqrt{(P^2 + Q_C^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q_C}{P}}$

2.3.7. Неразветвленная цепь с последовательным соединением R, L и C.

Примером такой неразветвленной цепи может быть цепь, схема замещения которой представлена на рис. 2.9. при условии установки в ней *размыкающего* коммутирующего устройства (ключа) в ветвь, содержащую элементы R₃ и C₃.

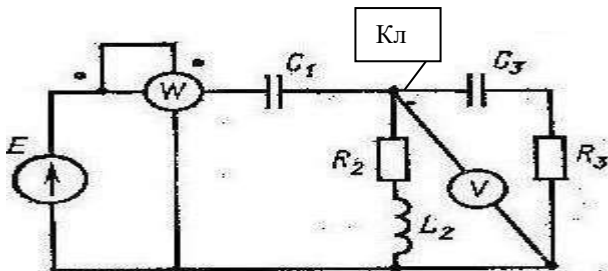


Рис. 2.9. Пример цепи с последовательным соединением элементов R, L и C.

Если в неразветвленной электрической цепи с R, L и C протекает общий синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, то он создает падения напряжения на всех участках цепи:

$$u_R = i R_2 = R I_m \sin \omega t,$$

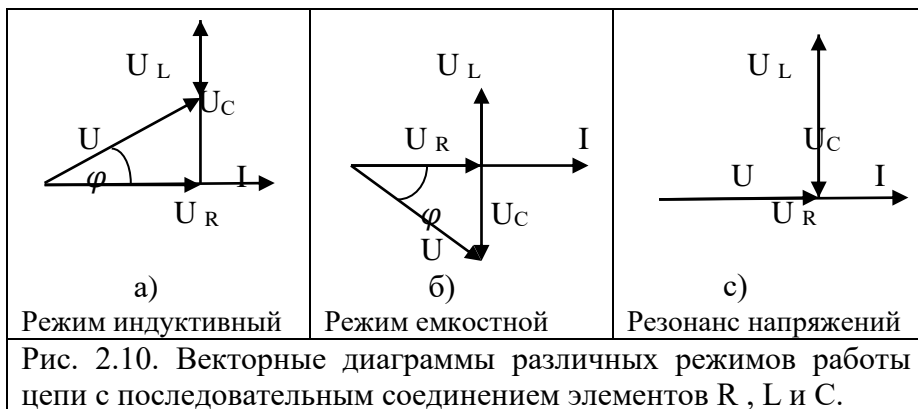
$$u_L = i X_{L2} I_m \sin (\omega t + 90^\circ),$$

$$u_C = i X_{C1} = X_{C1} I_m \sin (\omega t - 90^\circ).$$

Мгновенное значение напряжения цепи определяется выражением $u = U_m \sin (\omega t \pm \varphi)$.

Так как в рассматриваемой цепи включены два реактивных сопротивления X_L , X_C то возможны три варианта соотношения значений омических сопротивлений реактивных с элементов: $X_L < X_C$; $X_L > X_C$; $X_L = X_C$. Векторные диаграммы цепи для этих режимов и условия, при которых эти режимы проявляются, представлена на рис. 2.10 а,б,с.

$U_L > U_C, X_L > X_C$	$U_L < U_C, X_L < X_C$	$U_L = U_C, X_L = X_C$
------------------------	------------------------	------------------------



Из векторных диаграмм видно, что знак перед углом сдвига фаз φ зависит от режима или характера электрической цепи.

Если в рассматриваемой электрической цепи преобладает индуктивное напряжение, т.е. $U_L > U_C$, то цепь имеет индуктивный характер и напряжение U опережает по фазе ток и угол сдвига фаз между векторами напряжения и тока φ положительный (знак +).

Если в цепи преобладает емкостное напряжение (сопротивление), т.е. $U_L < U_C$, то цепь имеет емкостной характер и вектор напряжения отстает по фазе от вектора тока на угол φ положительный (знак +). Из векторной диаграммы следует, что

$$U = \sqrt{(U_R^2 + U_P^2)} = \sqrt{(U_R^2 + (U_L - U_C)^2)} = \sqrt{((I R)^2 + (I X_L - I X_C)^2)} = I \sqrt{(R^2 + (X_L - X_C)^2)}.$$

Сопротивление R может включать в себя сопротивление самостоятельного резистора, а также активное сопротивление реальной катушки индуктивности и емкости.

Математическое выражение закона Ома для неразветвленной электрической цепи с R , L и C представлено выражением

$$I = U / \sqrt{(R^2 + (X_L - X_C)^2)} = U / Z$$

где Z – полное сопротивление неразветвленной цепи с R , L и C , т.е.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Знак и значение угла φ можно определить из треугольника сопротивлений, т.е.

$$\operatorname{tg} \varphi = ((X_L - X_C) / R) \quad \text{или} \quad \sin \varphi = (X_L - X_C) / Z.$$

Из этих выражений видно, что, если

$X_L > X_C$, то угол φ положителен, т.е. вектор напряжения опережает вектор тока (режим активно-индуктивный);

$X_L < X_C$, то угол φ отрицателен, т.е. вектор напряжения отстает от вектора тока (режим активно-емкостной);

$X_L = X_C$, то угол φ равен нулю, т.е. вектор напряжения совпадает с вектором тока (режим активный или режим резонанса напряжений).

Режим резонанса напряжений очень интересен, тем что при этом режиме работы потери, возникающие за счет наличия реактивных элементов снижаются до минимума.

Следует понимать, что суть, условие и результат резонанса напряжений состоит в следующих заключениях:

суть- компенсируются падения напряжений на реактивных элементах, т.е. $U_L = U_C$;

условие – равенство реактивных сопротивлений этих элементов, т.е. $X_L = X_C$;

результат- резистивный (или активный режим работы) и минимизация реактивных потерь.

2.3.8. Разветвленная цепь со смешанным соединением R , L и C

Примером такой разветвленной цепи может быть цепь, схема замещения которой представлена на рис. 2.11. при условии установки в ней коммутирующего устройства (ключа) в ветвь, содержащую элементы R_3 и C_3 .

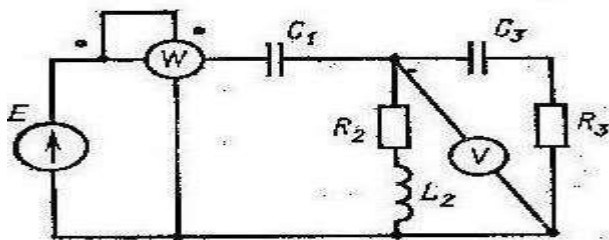


Рис. 2.11. Пример цепи со смешанным соединением элементов R , L и C .

Такая цепь характеризуется тем, что в ветвях протекают разные по характеру и величине токи:

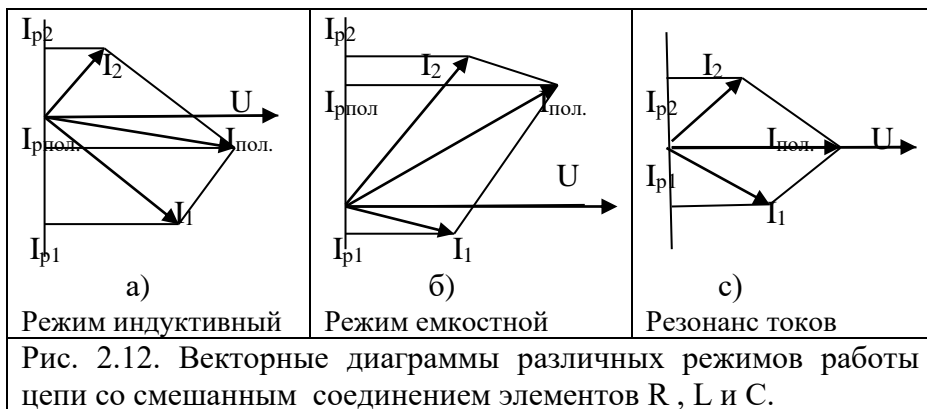
$I_{\text{полн.}}$ – ток в общей ветви, содержащей C_1 ;

I_1 – ток в ветви, содержащей R_2 и L_2 ;

I_2 – ток в ветви, содержащей R_3 и C_3 .

Согласно 1-ому закону Кирхгофа $I_{\text{полн.}} = I_1 + I_2$, т.е. комплекс полного тока равен сумме комплексных токов в первой и второй ветвях. Если представить реализацию 1-ого закона Кирхгофа в векторном представлении на плоскости комплексных чисел, то получим следующие векторные диаграммы, представленные на рис. 2.12.

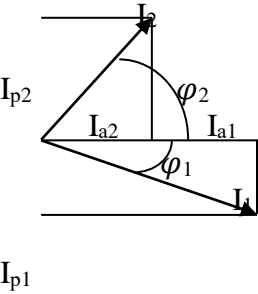
$I_{\text{полн.}} = I_{p1} - I_{p2} > 0;$ $b_L > b_C$	$I_{\text{полн.}} = I_{p1} - I_{p2} < 0;$ $b_L < b_C$	$I_{\text{полн.}} = I_{p1} - I_{p2} = 0;$ $b_L = b_C$
--	--	--



Для понимания сути и условия режима резонанса токов необходимо рассмотреть такие понятия как активная, реактивная и полная проводимости.

Для этого, разложим вектор тока, например, I_2 на две составляющие, являющимися проекциями этого вектора на оси координатной системы (см. рис. 2.13) и получим формулы для определения величины проекций векторов на ось вещественных чисел и мнимых чисел, т.е значения активных и реактивных составляющих токов в ветвях, содержащих различные по характеру реактивные элементы.

	$I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 ; I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 ;$ $I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 ; I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 ;$
--	---

 <p>The diagram shows a phasor system with two horizontal reference lines. A vector I_{p1} points downwards and to the right. A vector I_{p2} points upwards and to the right. A vertical line is drawn from the tip of I_{p2} down to the horizontal line. A vector I_{a1} is along the horizontal line to the right. A vector I_{a2} is perpendicular to I_{a1}, pointing upwards. The angle between I_{p1} and the horizontal line is φ_1. The angle between I_{p2} and the vertical line is φ_2.</p>	$\cos\varphi_1 = R_2/Z_2; \quad \sin\varphi_1 = X_{L2}/Z_2;$ $\cos\varphi_2 = R_3/Z_3; \quad \sin\varphi_2 = X_{C3}/Z_3;$ <p>где $Z_2 = \sqrt{(R_2^2 + X_{L2}^2)}$; $Z_3 = \sqrt{(R_3^2 + X_{C3}^2)}$;</p> <p>С учетом, что $I_1 = U/Z_2$, $I_2 = U/Z_3$, $I_{a1} = U \cdot R_2 / (Z_2)^2 = U \cdot g_L$; $I_{p1} = U \cdot X_{L2} / (Z_2)^2 = U \cdot b_L$; $I_{a2} = U \cdot R_3 / (Z_3)^2 = U \cdot g_C$; $I_{p2} = U \cdot X_{C3} / (Z_3)^2 = U \cdot b_C$; $g_L = R_2 / (Z_2)^2$; $g_C = R_3 / (Z_3)^2$ - активные проводимости 1-ой и 2-ой ветвей; $b_L = R_2 / (Z_2)^2$; $b_C = R_3 / (Z_3)^2$ - реактивные проводимости 1-ой и 2-ой ветвей;</p>
<p>Рис. 2.13. К пониманию сути понятий активной, реактивной и полной проводимостей</p>	

Отсюда вытекает, что равенство реактивных составляющих токов ветвей является равенство реактивных проводимостей этих ветвей, т.е. $b_L = b_C$. Таким образом,

Тогда, следует понимать, что суть, условие и результат резонанса токов состоит в следующих заключениях:

суть- компенсируются **реактивные** составляющие токов в ветвях, содержащих различные по характеру реактивные элементы, т.е. $I_{pL} = I_{pC}$;

условие — равенство реактивных проводимостей этих элементов, т.е. $b_L = b_C$;

результат- резистивный (или активный режим работы) и минимизация реактивных потерь.

2.3.9. Коэффициент мощности

Если построить треугольник мощностей, то можно понять, что в цепи с R , L и C кроме активной мощности $P = S \cos \varphi$ имеется реактивная мощность $Q = S \sin \varphi$. Кроме того, в цепи происходит колебание мощности между электрическим полем конденсатора C и магнитным полем катушки индуктивности L , так как мощности Q_C и Q_L изменяются в противофазе.

Тогда из треугольника мощностей можно получить, что именно результирующая реактивная мощность $Q = (Q_L - Q_C)$ загружает источник и провода.

Полная мощность электрической цепи равна
$$S = Z = \sqrt{(P^2 + Q^2)} = U I.$$

Мощность источника $S_{\text{ист}}$, мощность потребителя $P_{\text{потр}}$ и коэффициент мощности $\cos \varphi$ связаны следующим соотношением: $S_{\text{ист}} = P_{\text{потр}} / \cos \varphi_{\text{потр}}$.

Из этого выражения следует, что чем меньше $\cos \varphi_{\text{потр}}$, тем большей мощностью S должен быть источник для питания этого потребителя, т.е. тем больше его габариты, вес, расход металлов и стоимость.

Ток в цепи потребителя с определенным $\cos \varphi_{\text{потр}}$ определяется по формуле $I = P_{\text{потр}} / U \cos \varphi_{\text{потр}}$,

Из чего следует, что чем меньше $\cos \varphi_{\text{потр}}$, тем больше ток потребителя, тем больший ток проходит по проводам линии электропередачи, тем больше потери энергии в этой линии и меньше КПД ее и всей системы электроснабжения. Кроме того, увеличение тока требует для его передачи проводов большего сечения. Таким образом, низкий коэффициент мощности потребителя $\cos \varphi_{\text{потр}}$ приводит к

- увеличению мощности источника;
- уменьшению КПД линии электропередач;
- увеличению сечения проводов и кабелей линии электропередачи.

2.3.10.Задание 2

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Для электрической цепи со смешанным соединением элементов R (Ом), L ($mH=10^{-3}$ Гн) и C ($\mu F=10^{-6}$ Ф) и для цепи с последовательным соединением тех же элементов, схема замещения которой изображена на рис. 2.1 – 2.28, по заданным в табл. 2.3. параметрам и ЭДС источника провести расчет в нагрузочном режиме.

Для выполнения задания определить:

- токи во всех ветвях цепи и падения напряжения на отдельных участках;
- определить активную, реактивную и полную мощности электрической цепи и составить баланс мощностей;
- построить в масштабе на плоскости комплексных чисел векторную диаграмму;
- определить показания вольтметра и активную мощность, измеряемую ваттметром.
- провести полный расчет электрической цепи в режиме резонанса токов и определить значение конденсатора $C(\mu F)$ в режиме резонанса;
- установить в соответствующей ветви исходной схемы размыкающий ключ K таким образом, чтобы электрическая цепь превратилась в цепь с последовательным соединением элементов; провести полный расчет преобразованной цепи в режиме резонанса напряжений и определить значение конденсатора $C(\mu F)$ в режиме резонанса.

Номер варианта задания соответствует номеру в списочном составе группы.

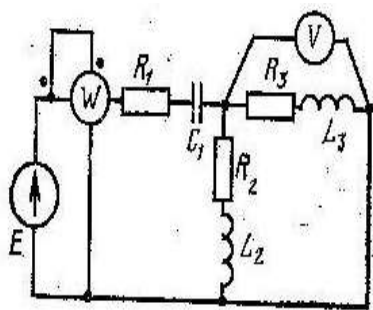


Рис. 2.1

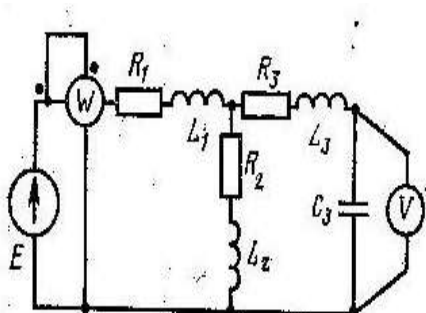


Рис. 2.2

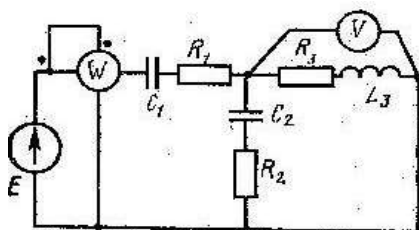


Рис. 2.3

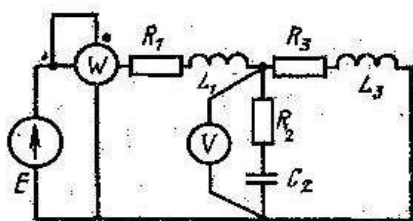


Рис. 2.4

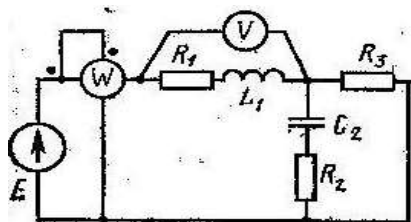


Рис. 2.5

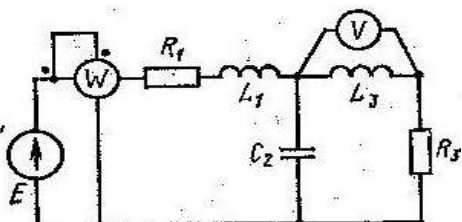


Рис. 2.6

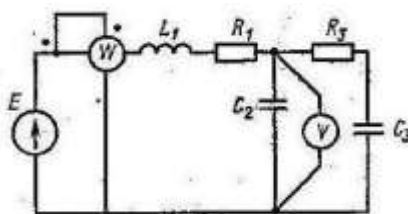


Рис. 2.7

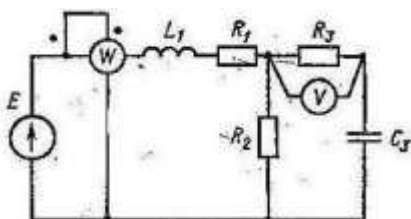


Рис. 2.8

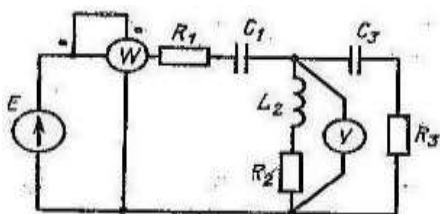


Рис. 2.9

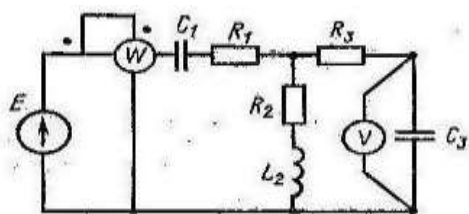


Рис. 2.10

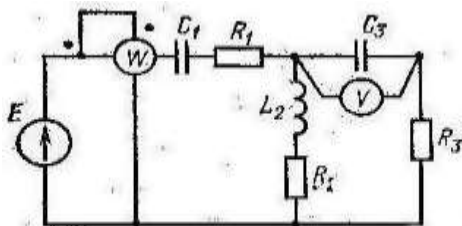


Рис. 2.11

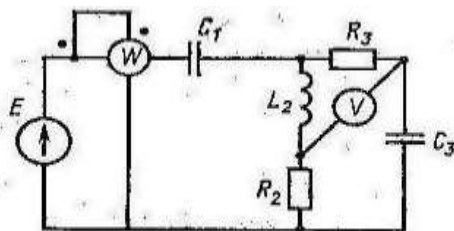


Рис. 2.12

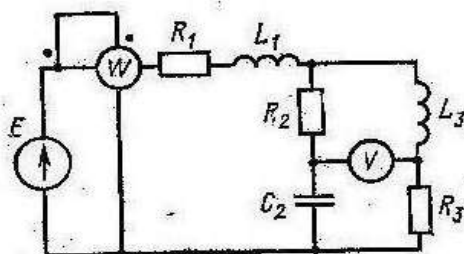


Рис. 2.13

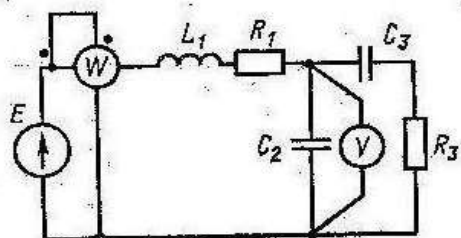


Рис. 2.14

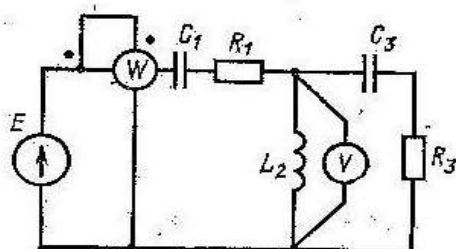


Рис. 2.15

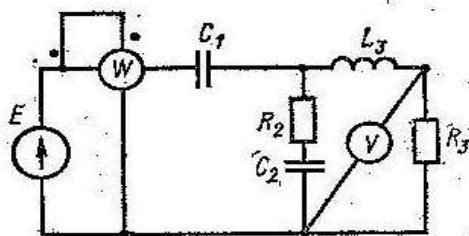


Рис. 2.16

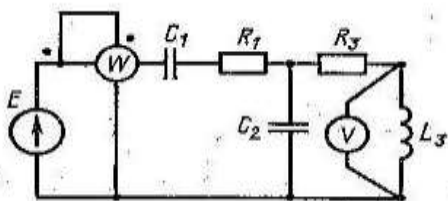


Рис. 2.17

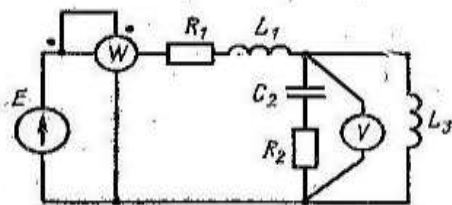


Рис. 2.18

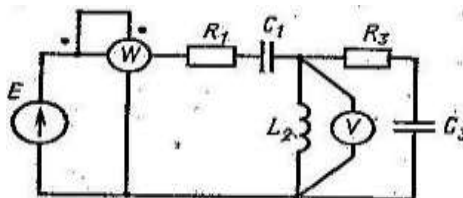


Рис. 2.19

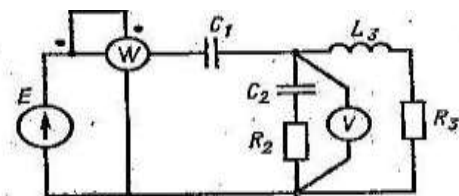


Рис. 2.20

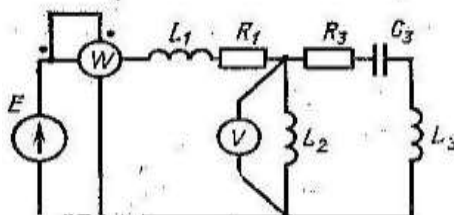


Рис. 2.21

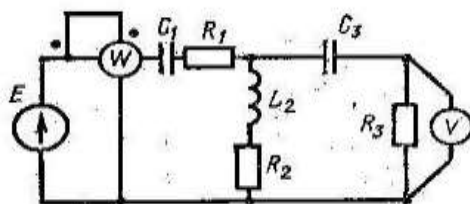


Рис. 2.22

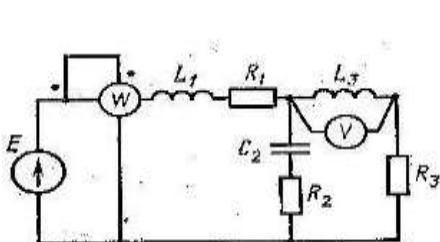


Рис. 2.23

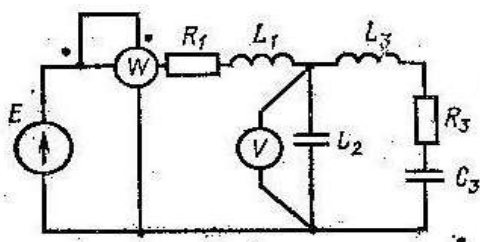


Рис. 2.24

Таблица 2.3

Вариант	Цепь (см. рисунок)	Значения параметров										Для резонанса напряжения	Для резонанса токов	
												Дополнительно установить во 2-ой		
		Е, В	С ₁ , мкф	С ₂ , мкф	С ₃ , мкф	Л ₁ , мГн	Л ₂ , мГн	Л ₃ , мГн	Р ₁ , Ом	Р ₂ , Ом	Р ₃ , Ом	Размыкающий ключ	Ветвь	Элемент
1	2-1	150	637		-	-	15,9	31,8	2	3	4	Ветвь 2	2	С ₂
2	2-2	100	-	-	100	15,9	9	15,9	8	3	4	Ветвь 2	3	С ₃
3	2-3	120	637	200	-	-		31,8	8	3	4	Ветвь 2	-	-
4	2-4	200	-	300	-	15,9	-	15,9	8	3	4	Ветвь 3	-	-
5	2-5	200	-	159	-	115	-		10	4	5	Ветвь 3	3	Л ₃ =9 мГн
6	2-6	50		159	-	31,8	-	115	10		10	Ветвь 3	-	-
7	2-7	120	-	300	300	31,8	-	-	5	-	8	Ветвь 3	3	Л ₃ =60мГн
8	2-8	200	-	-	100	31,8	-	-	5	10	8	Ветвь 2	2	Л ₂ =60мГн
9	2-9	220	637	-	200	-	31,8	-	5	10	8	Ветвь 2		
10	2-10	150	100	-	200	-	15,9	-	10	2	10	Ветвь 3		
11	2-11	120	100	-	200	-	15,9	-	10	8	10	Ветвь 3		
12	2-12	200	637	-	200	-	31,8	--	-	2	2	Ветвь 3		
13	2-13	50	-	159	-	31,8	-	95	15	10	10	Ветвь 3		
14	2-14	100	-	159	200	15,9	-	-	15	-	10	Ветвь 3	3	Л ₃ =31,8мГн
15	2-15	200	637		200	-	31,8		15		20	Ветвь 3		
16	2-16	220	637	159	-	-	-	9,5	-	3	6	Ветвь 2		
17	2-17	100	637	159		-	-	95	6	-	20	Ветвь 2		
18	2-18	100	-	159	-	25	-	95	6	4	-	Ветвь 3		
19	2-19	220	637	-	637	-	9	-	6	-	20	Ветвь 3		

Продолжение таблица 2.3

Вариант	Цепь (см. рисунок)	Значения параметров										Для резонанса напряжения	Для резонанса токов	
												Дополнительно установить во 2-ой		
		Е, В	С ₁ , мкф	С ₂ , мкф	С ₃ , мкф	Л ₁ , мГн	Л ₂ , мГн	Л ₃ , мГн	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	Размыкающий ключ	Ветвь	Элемент
20	2-20	50	318	637	-	-	-	31,8	-	10	10	Ветвь 3		
21	2-21	120	-	-	300	20	80	31,8	40	-	10	Ветвь 2		
22	2-22	200	318	-	300	-	15,9	31,8	10	8	2	Ветвь 3		
23	2-23	50	-	318	-	19,5	-	31,8	8	10	4	Ветвь 3		
24	2-24	200	-	637	200	31,8	-	95	8	-	4	Ветвь 3		
25	2-1	250	318		-	-	25	15,9	2	3	4	Ветвь 3	3	С ₃
26	2-5	200	-	159	-	115	-		10	4	5	Ветвь 3	3	Л ₃ =31,8мГн
27	2-7	120	-	300	300	31,8	-	-	5	-	8	Ветвь 2	2	Л ₂ =60мГн
28	2-14	100	-	159	200	15,9	-	-	15	-	10	Ветвь 2	2	Л ₂ =31,8мГн
29	2-20	50	637	318	-	-	-	31,8	-	6	4	Ветвь 3		
30	2-15	200	318		100	-	31,8		5		8	Ветвь 3		

2.3.11. Пример решения задания 2.

В качестве примера для решения проведем расчет электрической цепи, схема замещения которой представлена на рис. 2-29.

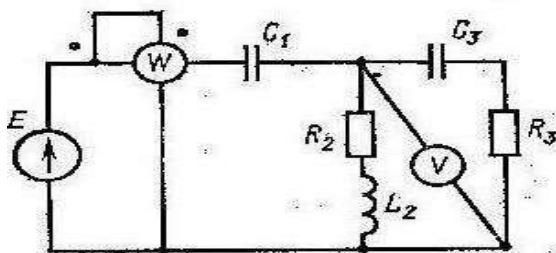


Рис.2-29. Схема замещения электрической цепи однофазного переменного тока.

Дано: $E = 110 \text{ В}$; $R_1 = 0 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 6 \text{ Ом}$;
 $C_1 = 1482 \text{ мкф}$; $C_2 = 0 \text{ мкф}$; $C_3 = 398 \text{ мкф}$;
 $L_1 = 0 \text{ мГн}$; $L_2 = 63,7 \text{ мГн}$; $L_3 = 0 \text{ мГн}$.

Расчет электрической цепи проводим символическим методом вращающихся векторов на плоскости комплексных чисел.

Решение.

1. Расчет электрической цепи со смешанным соединением элементов R, L, C в нагрузочном режиме

1.1. Определяем реактивные сопротивления элементов: катушки индуктивности L_2 и конденсаторов C_1 и C_2 .

$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 63,7 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом};$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 398 \cdot 10^{-6}} = 2 \text{ Ом};$$

$$X_{C3} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_3} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 398 \cdot 10^{-6}} = 8 \text{ Ом}.$$

1.2. Определяем комплексные сопротивления ветвей цепи

в алгебраической и показательной формах комплексных чисел:

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = 5 + j20 = \sqrt{(R_2^2 + X_{L2}^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{X_{L2}}{R_2}} = \sqrt{(5^2 + 20^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{20}{5}} = 20,6 \cdot e^{+j77^0} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = 6 - j8 = \sqrt{(R_3^2 + X_{C3}^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{X_{C3}}{R_3}} = \sqrt{(6^2 + 8^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{8}{6}} = 10 \cdot e^{-j53^0} \text{ Ом}.$$

1.3. Определяем комплексное сопротивление параллельно соединенных ветвей, содержащих \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 , и комплекс полного сопротивления цепи в алгебраической и показательной формах комплексных чисел:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{2,3} &= \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{20,6 \cdot e^{+j77^0}}{5 + j20 + 6 - j8} \cdot 10e^{-j53^0} = \frac{202,6e^{+j24^0}}{11 + j12} = \\ &= \frac{206e^{+j24^0}}{16,25e^{+j46^0}} = 12,68e^{-j22^0} = 12,68 \cdot \cos(-22^0) + j12,68 \cdot \sin(-22^0) \\ &= 11,76 - j4,75 \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_{\text{полн}} &= +(-jX_{C1}) + \underline{Z}_{2,3} = -j2 + 11,76 - j4,75 = 11,76 - j6,75 = \\ &= \sqrt{(11,76^2 + 6,75^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{6,75}{11,76}} = 13,55 \cdot e^{-j30^0} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

2. Определяем токи в ветвях:

$$\underline{I}_{\text{полн}} = \frac{E}{\underline{Z}_{\text{полн}}} = \frac{110}{13,55e^{-j30^0}} = 8,11 \cdot e^{+j30^0} \text{ А};$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{Z}_{2,3} \underline{I}_{\text{полн}} = 12,68e^{-j22^0} 8,11 \cdot e^{+j30^0} = 102,83 \cdot e^{+j8^0} \text{ В}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{U_{23}}{Z_2} = \frac{102,83e^{+j8^0}}{20,6e^{+j77^0}} = 5,0 \cdot e^{-j69^0} \text{ A};$$

$$\underline{I}_3 = \frac{U_{23}}{Z_3} = \frac{102,83e^{+j8^0}}{10e^{-j53^0}} = 10,28 \cdot e^{+j61^0} \text{ A}.$$

1.4. Определяем падения напряжения на всех элементах схемы замещения:

$$\underline{U}_{C1} = (-jX_{C1}) \underline{I}_{\text{полн}} = 2 \cdot e^{-j90^0} \cdot 8,11 \cdot e^{+j30^0} = 16,22 \cdot e^{-j30^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}_2 = 5 \cdot 5 \cdot e^{-j69^0} = 25 \cdot e^{-j69^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{L2} = (jX_{L2}) \underline{I}_2 = 20 \cdot e^{+j90^0} \cdot 5 \cdot e^{-j69^0} = 100 \cdot e^{+j31^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{R3} = R_3 \underline{I}_3 = 6 \cdot 10,28 \cdot e^{+j61^0} = 61,68 \cdot e^{+j61^0} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{C3} = (-jX_{C3}) \underline{I}_3 = 8 \cdot e^{-j90^0} \cdot 10,28 \cdot e^{+j61^0} = 82,24 \cdot e^{-j29^0} \text{ В}.$$

1.5. Определяем активную, реактивную и полную мощность. Составляем баланс мощностей.

Активная мощность равна $P = R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 = 125 + 634,07 = 759,07 \text{ Вт};$

Реактивная мощность определяется выражением:

$$Q = Q_{L2} - Q_{C1} - Q_{C3} = X_{L2} \cdot I_2^2 - X_{C1} \cdot I_{\text{полн}}^2 - X_{C3} \cdot I_3^2 = -500 - 135,8 - 845,4 = -481,2 \text{ Вар};$$

$$S_{\text{полн}} = P + jQ = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q}{P}}$$

$$S_{\text{полн}} = 759,07 - j481,2 = \sqrt{(759,07^2 + 481,2^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{481,2}{759,07}} = 892,87 \cdot e^{-j31^0} \text{ ВА};$$

$$S_{\text{ист}} = E \cdot I_{\text{полн}}^* = 110 \cdot 8,11 \cdot e^{-j30^\circ} = 893 \cdot e^{-j30^\circ} \text{ ВА}$$

Так как $S_{\text{полн}} = S_{\text{ист}}$ ($892,87 \approx 893$), то баланс соблюдается с точностью 0,01 %.

1.6. Построение векторной диаграммы на плоскости комплексных чисел:

Для построения векторной диаграммы составляем уравнения по 2-ому закону Кирхгофа для контуров :

$$\text{контур 1} \quad \vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{L2} + \vec{U}_{R2}$$

$$\text{контур 2} \quad \vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{C3} + \vec{U}_{R3}$$

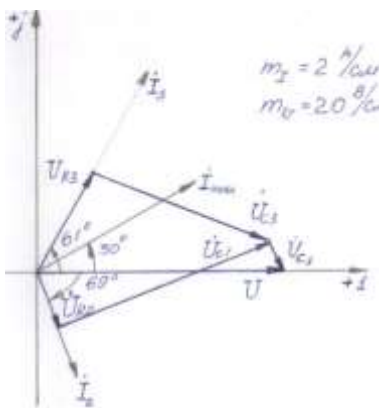


Рис. 2-30. Векторная диаграмма токов и падений напряжений для электрической цепи со смещенным соединением элементов R,L,C в нагрузочном режиме.

2. Расчет цепи с последовательно соединенными элементами R, L C в нагрузочном режиме.

Чтобы провести расчет необходимо преобразовать схему замещения, т.е. в одну из ветвей включить размыкающий элемент. Для данной схемы замещения электрической цепи размыкающий элемент включим в ветвь, содержащую элементы R_3 и C_3 . Тогда цепь будет представлять последовательное соединение элементов C_1 , R_2 и L_2 .

Расчет проводим по следующей программе:

3.1. Определяем комплекс полного сопротивления полученной цепи

$$\underline{Z}_{\text{полн}} = +(-jX_{C1}) + R_2 + jX_{L2} = -j2 + 5 + j20 = 5 + j18 = \sqrt{(5^2 + 18^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{18}{5}} = 18,7 \cdot e^{+j75^0} \text{ Ом.}$$

2.2. Определяем значение тока, протекающего в цепи:

$$I_{\text{полн}} = \frac{E}{Z_{\text{полн}}} = \frac{110}{18,7 \cdot e^{+j75^0}} = 5,88 \cdot e^{-j75^0} \text{ А}$$

2.3. Определяем значения падений напряжений на всех элементах:

$$\underline{U}_{C1} = (-jX_{C1}) \underline{I}_{\text{полн}} = 2 \cdot e^{-j90^0} \cdot 5,88 \cdot e^{-j75^0} = 11,76 \cdot e^{-j165^0} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{R2} = R_2 \underline{I}_{\text{полн}} = 5 \cdot 5,88 \cdot e^{-j75^0} = 29,41 \cdot e^{-j75^0} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_{L2} = (jX_{L2}) \underline{I}_2 = 20 \cdot e^{+j90^0} \cdot 5,88 \cdot e^{-j75^0} = 117,6 \cdot e^{+j15^0} \text{ В;}$$

1.7. Определяем активную, реактивную и полную мощность.

Составляем баланс мощностей.

$$\text{Активная мощность равна } P = R_2 \cdot I_{\text{полн}}^2 = 172,9 \text{ Вт;}$$

Реактивная мощность определяется выражением:

$$Q = Q_{L2} - Q_{C1} = X_{L2} \cdot I_{\text{полн}}^2 - X_{C1} \cdot I_{\text{полн}}^2 = 691,5 - 69,15 = 622,35 \text{ Вар;}$$

Комплекс полной мощности определяется выражением:

$$S_{\text{полн}} = P + jQ = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q}{P}}$$

$$S_{\text{полн}} = 172,9 - j622,35 = \sqrt{(172,9^2 + 622,35^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{622,35}{172,9}} = 646,0 \cdot e^{-j75^0} \text{ ВА;}$$

$$S_{\text{ист}} = E \cdot \underline{I}_{\text{полн}}^* = 110 \cdot 5,88 \cdot e^{-j29^0} = 646,8 \cdot e^{-j75^0} \text{ Вар}$$

Так как $S_{полн} = S_{ист}$ ($646,0 \approx 646,8$), баланс соблюдается с точностью 0,1 %.

1.8. Построение векторной диаграммы на плоскости комплексных чисел:

Для построения векторной диаграммы составляем уравнения по 2-ому закону Кирхгофа для контуров:

$$\vec{E} = \vec{U}_{C1} + \vec{U}_{L2} + \vec{U}_{R2}$$

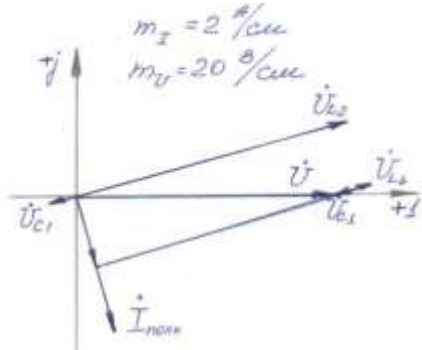


Рис. 2-32. Векторная диаграмма токов и падений напряжений для электрической цепи с последовательно соединенными элементами R,L,C.

Комплекс полной мощности определяется выражением:

$$S_{полн} = P + jQ = \sqrt{(P^2 + Q^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{Q}{P}} = 2420 - j0 = 2420 \cdot e^{-j0^0} \text{ ВА};$$

$$S_{ист} = E \cdot \underline{I}^*_{полн} = 110 \cdot 22 \cdot e^{-j0^0} = 2420 \cdot e^{-j0^0} \text{ Вар}$$

Так как $S_{полн} = S_{ист}$ баланс соблюдается с точностью 0 %.

ТЕМА 3. Трехфазные электрические цепи

3.1. Основные понятия

Трехфазной называется электрическая цепь, в различных ветвях которой действуют три одинаковые по амплитуде синусоидальные ЭДС, имеющие одну частоту f , но сдвинутые относительно друг друга на угол 120^0 ($2\pi/3$).

Трехфазная цепь представляет собой частный случай многофазных цепей переменного тока.

Преимущества трехфазных цепей:

1. Экономичность производства и передачи энергии по сравнению с однофазными цепями.
2. Возможность сравнительно простого получения вращающегося магнитного поля, необходимого для работы 3-х фазного асинхронного двигателя, который является самым распространенным двигателем переменного тока.
3. Возможность получения в одной установке 2-х эксплуатационных напряжений: фазного и линейного.

Как любая электрическая цепь 3-х фазная цепь состоит из 3-х основных элементов:

- 3-х фазного генератора, в котором механическая энергия преобразуется в электрическую;
- линии передачи со всеми необходимым оборудованием;
- приемников (потребителей), которые могут быть как 3-х фазными, так и однофазными.

3.2. Трехфазный генератор

Трехфазный генератор представляет собой синхронную машину, состоящую из двух основных конструктивных узлов: статора и ротора.

На статоре генератора размещается обмотка, состоящая из трех фаз, магнитные оси которых сдвинуты в пространстве относительно друг друга на угол 120^0 ($2\pi/3$).

Каждая фаза обмотки статора имеет начало и конец обмотки, при этом, начала обмоток (фаз) обозначены А, В, С, а концы обмоток соответственно X, Y, Z. ЭДС обмоток в неподвижных витках обмоток статора наводится в результате пересечения их магнитным полем вращающегося ротора. Это поле возбуждается обмоткой ротора, которая питается от источника питания постоянного тока. При вращении ротора с постоянной скоростью в обмотках (фазах) статора индуцируются периодически изменяющиеся синусоидальные ЭДС одинаковой частоты, но отличающиеся друг от друга по фазе вследствие их пространственного смещения.

Если ЭДС какой-либо отдельной фазы 3-х фазной обмотки, например, фазы А, принять за исходную и считать ее начальную фазу равной 0^0 , то выражения для мгновенных значений значений ЭДС может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} e_A &= E_m \sin \omega t; & e_B &= E_m \sin (\omega t - 120^0) = E_m \sin (\omega t - 2\pi/3^0); \\ e_C &= E_m \sin (\omega t + 120^0) = E_m \sin (\omega t + 2\pi/3^0). \end{aligned}$$

Для комплексных значений ЭДС

$$\underline{E}_A = E_m e^{-j0}; \quad \underline{E}_B = E_m e^{-j2\pi/3}; \quad \underline{E}_C = E_m e^{+j2\pi/3}.$$

Векторная диаграмма 3-х фазной симметричной системы ЭДС показана на рис. 3.1.

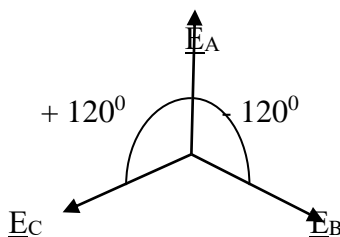


Рис. 3.1. Пространственное расположение векторов ЭДС в трех фазной симметричной цепи генератора напряжений.

Из этого следует, что геометрическая сумма векторов ЭДС всех фаз равна 0:

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0; \quad e_A + e_B + e_C = 0$$

Систему ЭДС, в которой ЭДС фазы В отстает от ЭДС фазы А, называют системой прямой последовательности фаз. Если изменить направление вращения ротора генератора, то последовательность фаз изменится и система последовательности фаз будет называться обратной. В дальнейшем будем рассматривать прямую последовательность фаз.

3.2.1. Способы соединения фазных обмоток статора 3-х фазного генератора.

К каждой обмотке трехфазного генератора может быть подключена нагрузка. Если обмотки генератора электрически не соединены, то трехфазная система называется несвязанной. Несвязанная трехфазная система практически не применяется вследствие ее неэкономичности, вызванной большим числом проводов, соединяющих источник питания и потребители.

Более совершенными и экономичными являются связанные цепи, в которых фазные обмотки источника

(генератора) или нагрузки (потребителя) соединены между собой двумя способами: звездой и треугольником.

На рис. 3.2 а,б на примере объединения потребителей представлен принцип получения таких связанных трехфазных систем.

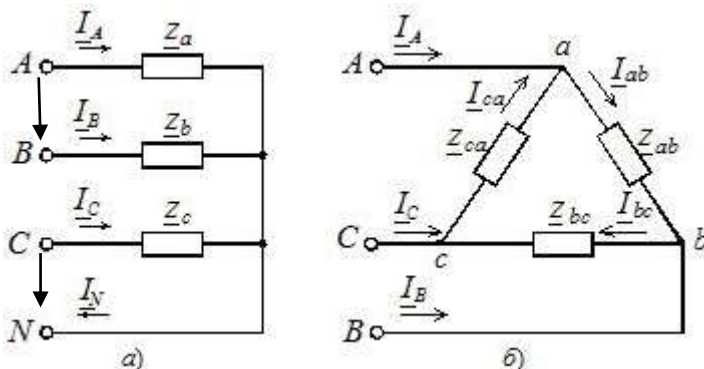


Рис. 3.2. Связанные трехфазные системы потребителей по типу «звезда» (а) и «треугольник» (б).

3.2.2. Соединение обмоток статора источника способом «звезда».

При соединении обмоток генератора звездой концы фазных обмоток (X,Y,Z) электрически соединяются в одну точку N или O, которая называется соответственно нейтральной или нулевой. При этом генератор с потребителем соединяется тремя (если в нейтральный провод установлен размыкающий ключ) или четырьмя проводами, (см.рис.3.2 а).

Провода, подключенные к началам обмоток генератора называются линейными и, в этом случае 3-х фазная цепь считается 3-проводной, а провод, подключенный к нейтральной или нулевой точке – нейтральным или нулевым и, в этом случае, 3-фазная цепь считается 4-х проводной.

В связанных трехфазных системах различают фазные и линейные напряжения и токи.

Фазным называется напряжение между началом и концом фазной обмотки или между нулевым и линейным

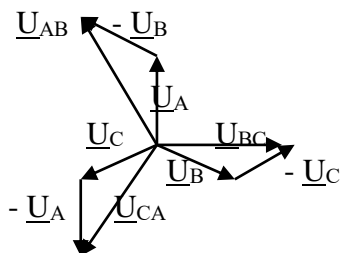
проводом потребителя. Обозначаются фазные напряжения для источника питания U_A, U_B, U_C (рис.3.2 а), а для потребителя соответственно U_a, U_b, U_c . Так как сопротивление обмоток генератора мало, то фазные напряжения практически не отличаются от ЭДС в обмотках генератора.

Линейным называется напряжение между началами обмоток генератора или между линейными проводами. Обозначаются линейные напряжения для генератора U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} (рис.3.2.а), а для потребителя соответственно U_{ab}, U_{bc}, U_{ca} .

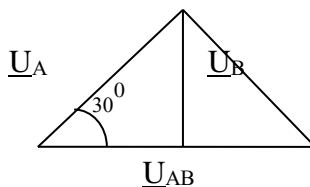
За условно положительное направление фазных напряжений принято направление от начала фазы к концу фазной обмотки, а линейных напряжений от начала одной фазы к началу другой. Тогда для контура ОАВО на основании 2-го закона Кирхгофа можно записать, что каждое линейное напряжение при соединении обмоток генератора звездой определяется геометрической разностью двух соответствующих фазных напряжений, т.е.

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A.$$

На основании этих уравнений построена векторная диаграмма напряжений для симметричного генератора, обмотки которого соединены звездой (рис.3.3.а).



а)



б)

Рис. 3.3. Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений (а) и чертежом равнобедренного треугольника к

пояснению вывода основного соотношения между линейным и фазными напряжениями при соединении обмоток «звездой».

Воспользовавшись этой диаграммой и чертежом равнобедренного треугольника, сторонами которого являются фазные напряжения, а основанием – линейное, можно доказать, что, вектор линейного напряжения опережает вектор фазного напряжения на угол 30^0 , а, следовательно, при симметричной системе ЭДС при соединении обмоток генератора звездой линейное напряжение больше фазного в $\sqrt{3}=1,73$ раза, т.е. $U_{л}=\sqrt{3} U_{ф}$.

3.2.3.Соединение обмоток источника способом «треугольник».

При соединении обмоток генератора треугольником (рис. 3.2.б) необходимо конец X обмотки фазы А соединить с началом обмотки фазы В, конец обмотки фазы В соединить с началом обмотки фазы С, конец обмотки фазы С соединить с началом обмотки фазы А и к точкам соединения подключить линейные провода. Таким образом, при соединении обмоток генератора способом треугольник система получается трехпроводной и соответственно $U_{л}= U_{ф}$. Три обмотки трехфазного генератора, соединенные треугольником, образуют замкнутый контур.

При симметричной системе ЭДС и правильном соединении обмоток генератора треугольником геометрическая сумма ЭДС равна нулю. Следовательно, ток в замкнутом контуре обмоток генератора при холостом ходе равен нулю. Кроме того, все линейные напряжения равны по величине и сдвинуты по фазе на угол 120^0 , то и напряжения на каждой фазе потребителя, соединенного треугольником, равны по величине и сдвинуты по фазе на угол 120^0 , независимо от нагрузки.

На практике фазы обмоток генератора предпочитают соединять звездой прежде всего потому, что в случае

отклонения ЭДС источника от синусоидальной формы вследствие наличия высших гармоник сумма мгновенных значений ЭДС не будет равна 0, и в обмотке источника, соединенной по способу треугольник при отсутствии нагрузки возникнут токи, которые вызовут ее нагревание и уменьшат коэффициент полезного действия (КПД) генератора.

Обычно в системах электроснабжения напряжение на обмотках генератора достигают нескольких КВ, например, 20,24 КВ.

Поэтому, напряжения 380/220 В и 220/127 В получают на вторичных обмотках понижающих трансформаторах.

С учетом вышеизложенных доказательств основными соотношениями между линейными и фазными напряжениями, а также между линейными и фазными токами при разных способах объединения фазных обмоток:

-при соединении «звездой»

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}} ; \quad I_{\text{л}} = I_{\text{ф}}$$

- при соединении «треугольником»

$$U_{\text{л}} = U_{\text{ф}} ; \quad I_{\text{л}} = \sqrt{3} I_{\text{ф}} .$$

С учетом этих соотношений выражения для записи комплексов фазных напряжений представлены выражениями: фазные напряжения:

Тип соединения обмоток «звезда»	Тип соединения обмоток «треугольник»
$U_a = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{+j0^\circ}, \text{В};$ $U_{\text{в}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j120^\circ}, \text{В};$ $U_c = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{+j120^\circ}, \text{В}.$	$U_{ab} = U_{\text{л}} \cdot e^{+j0^\circ}, \text{В};$ $U_{bc} = U_{\text{л}} \cdot e^{-j120^\circ}, \text{В};$ $U_{ac} = U_{\text{л}} \cdot e^{+j120^\circ}, \text{В}.$

Кроме того, трехфазная цепь, фазные обмотки которой соединены по типу «звезда», может быть как трехпроводной, так и четырехпроводной.

3.3. Соединение источник-потребитель по способу «звезда-звезда»

При условии, что предпочтительным способом соединения обмоток источника является способ «звезда», то есть смысл рассмотреть именно такой способ соединения генератора и потребителя.

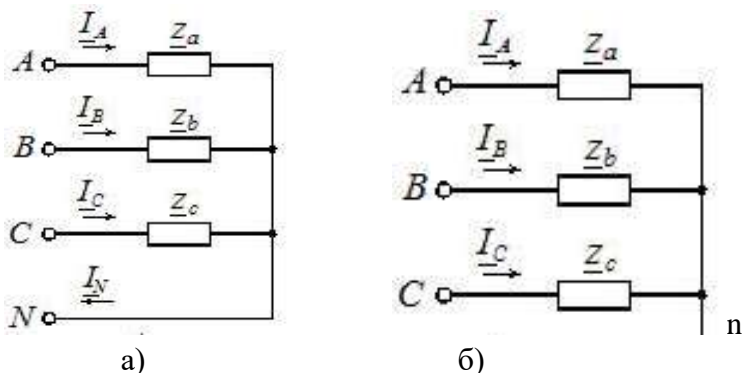


Рис. 3.4. Пример исполнения 3-х проводной а) и 4-х проводной б) трехфазной системы соединения потребителей по типу «звезда».

При соединении обмоток генератора и потребителя звездой (рис.3.4.) трехфазная система представляет собой сложную цепь с двумя узловыми точками N и n. Напряжение между этими точками U_N называется *напряжением смещения нейтрали*. Соединение генератора звездой может осуществляться без нулевого провода (рис. 3.4.б)) или с нулевым проводом (рис. 3.4.а). Величина напряжения смещения нейтрали может быть определена методом узлового потенциала (в символической форме):

$$U_N = (E_A Y_A + E_B Y_B + E_C Y_C) / (Y_A + Y_B + Y_C + Y_O),$$
 где Y_A, Y_B, Y_C, Y_O – комплексы проводимостей фаз и нулевого провода.

Напряжения на каждой фазе потребителя, соединенного звездой (рис.3.4.б) определяются по формулам:

$$\underline{U}_A' = \underline{E}_A - \underline{U}_N ; \underline{U}_B' = \underline{E}_B - \underline{U}_N ; \underline{U}_C' = \underline{E}_C - \underline{U}_N.$$

Из векторной диаграммы, построенной с учетом предыдущих уравнений следует, что при наличии напряжения смещения нейтрали \underline{U}_N даже при симметричной системе ЭДС, напряжения на фазах потребителя \underline{U}_A' , \underline{U}_B' , \underline{U}_C' , будут одинаковыми, если отсутствует напряжение смещение нейтрали, т.е. $\underline{U}_N = 0$.

Таким образом, напряжение смещения нейтрали равно нулю при равномерной (симметричной) нагрузке фаз или при наличии нулевого провода.

Рассмотрим эти условия.

1. При равномерной нагрузке фаз сопротивления фаз \underline{Z}_A , \underline{Z}_B , \underline{Z}_C одинаковы по величине, по характеру и имеют одинаковый угол сдвига фаз φ_A , φ_B , φ_C , т.е. равны комплексы сопротивлений фаз

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C \text{ или } \underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}$$

Тогда $\underline{U}_N = (\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C) / \underline{Y} = 0$, так как при симметричной системе ЭДС, сумма

$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$$

2. При наличии нулевого (нейтрального) провода $\underline{Z}_0 = 0$, а $\underline{Y}_0 = \infty$.

$$\text{Тогда } \underline{U}_N = \sum \underline{E} \underline{Y} / \sum \underline{Y} + \underline{Y}_0 = \sum \underline{E} \underline{Y} / \sum \underline{Y} + \infty = 0.$$

В обоих случаях \underline{U}_N равно нулю и напряжения на фазах потребителя одинаковые. Величина напряжения на каждой фазе потребителя, соединенного звездой, при этом в $\sqrt{3}$ раза меньше линейного напряжения цепи.

Тогда, при подключении потребителей, соединенных по типу «звезда», ток в нулевом проводе (рис.3.4.а) определяется геометрической суммой токов в фазах,

$$\text{т.е. } \underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C,$$

при этом токи в фазах, согласно закона Ома, определяются по формулам:

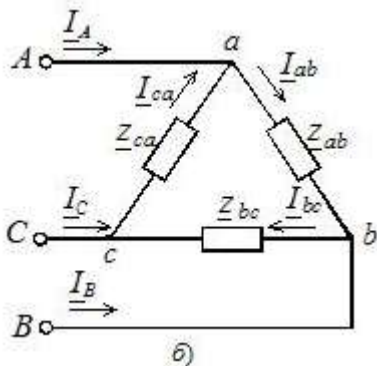
$$\underline{I}_A = \underline{U}_A / \underline{Z}_A, \quad \underline{I}_B = \underline{U}_B / \underline{Z}_B, \quad \underline{I}_C = \underline{U}_C / \underline{Z}_C.$$

Очевидно, при равномерной нагрузке фаз ($\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$) токи в фазах равны по величине и сдвинуты, как и напряжения, по фазе на угол 120° . Следовательно, их геометрическая сумма $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$, т.е. ток в нулевом проводе равен нулю, $\underline{I}_N = 0$. Таким образом, при равномерной нагрузке фаз нулевой провод не нужен.

При неравномерной нагрузке фаз отсутствие нулевого провода приводит к неодинаковым напряжениям на каждой фазе потребителя. Следовательно, нулевой провод служит для выравнивания напряжений на фазах потребителя, соединенного звездой при неравномерной нагрузке фаз. При соединении потребителей звездой фазные токи равны линейным, т.е. $\underline{I}_\Phi = \underline{I}_\Delta$.

3.4. Соединение источник-потребитель по способу «звезда-треугольник»

При соединении потребителей способом «треугольник» к каждой фазе приложено линейное напряжение, т.е. $\underline{U}_\Phi = U_\Delta$. Так как при симметричной системе ЭДС все линейные напряжения равны по величине и сдвинуты по фазе на угол 120° , то и напряжения на каждой фазе потребителя, соединенного треугольником, равны по величине и сдвинуты по фазе на 120° , независимо от нагрузки.



Линейные токи обозначают прописными буквами с индексами фаз: I_A, I_B, I_C , а фазные токи: I_{AB}, I_{BC}, I_{CA} . Согласно первого закона Кирхгофа, линейные токи можно определить выражениями:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}, \quad I_B = I_{BC} - I_{AB}, \quad I_C = I_{CA} - I_{BC},$$

т.е. линейный ток при соединении потребителей треугольником определяется геометрической разностью двух фазных токов, сходящихся с линейным в одном узле.

Фазные токи потребителя, соединенного треугольником:

$$I_{AB} = U_{AB} / Z_{AB}, \quad I_B = U_{BC} / Z_{BC}, \quad I_C = U_{CA} / Z_{CA}.$$

При симметричной системе ЭДС генератора и равномерной нагрузке потребителя

($Z_A = Z_B = Z_C$) фазные токи равны по величине и сдвинуты друг относительно друга по фазе на угол 120° . Следовательно, при равномерной нагрузке фаз потребителя, соединенного треугольником, линейный ток в $\sqrt{3} = 1,73$ раза больше фазного тока, т.е. $I_L = \sqrt{3} I_\phi$.

3.5. Мощность в трехфазной цепи.

При неравномерной нагрузке фаз активная и реактивная мощности трехфазного потребителя складываются из соответствующих мощностей в каждой фазе, т.е.

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C;$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C.$$

Полная или кажущаяся мощность трехфазного потребителя определяется по формуле:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Если нагрузка фаз потребителя равномерна, то трехфазная мощность при соединении потребителя звездой или треугольником определяется выражениями:

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi \text{ (Вт)};$$

$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi \text{ (Вар)};$$

$$S = \sqrt{3} U_L I_L \text{ (ВА)}.$$

Тогда, связь между токами, напряжениями и мощностями при соединении потребителей в «треугольник» и «звезду» определяются следующим образом:

- при соединении потребителей в «треугольник»

$$I_{L \text{ треуго.}} = \sqrt{3} I_{\Phi} = \sqrt{3} U_{\Phi} / Z_{\Phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} / Z_{\Phi}, \text{ т.к. } U_{\Phi} = U_{\text{л}},$$

$$\text{тогда } P_{\text{треуг.}} = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} U_L \sqrt{3} U_{\text{л}} / Z_{\Phi} \cos \varphi,$$

$$\text{получаем } P_{\text{треуг.}} = 3 U_{\text{л}}^2 / Z_{\Phi} \cos \varphi, \text{ Вт}$$

- при соединении потребителей в «звезду»

$$I_{L \text{ звезда}} = I_{\Phi} = U_{\Phi} / Z_{\Phi} = U_{\text{л}} / \sqrt{3} Z_{\Phi}, \text{ т.к. } I_{\Phi} = I_L,$$

$$\text{тогда } P_{\text{звезда.}} = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = \sqrt{3} U_L U_{\text{л}} / \sqrt{3} Z_{\Phi} \cos \varphi,$$

$$\text{получаем } P_{\text{звезда}} = U_{\text{л}}^2 / Z_{\Phi} \cos \varphi, \text{ Вт.}$$

Из этих выражений получаем, что

$$P_{\text{треуг.}} / P_{\text{звезда}} = 3; \quad I_{\text{треуг.}} / I_{\text{звезда}} = 3.$$

Поэтому, часто на практике, чтобы уменьшить пусковой ток, а, следовательно, и мощность при пуске обмотки двигателя включают в «звезду», а при достижении двигателем номинальной скорости вращения переключают на «треугольник». Этим уменьшают падение напряжения в сети.

3.6.Задание 3.

РАСЧЕТ ТРЕХФАЗНОЙ ЧЕТЫРЕХПРОВОДНОЙ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Для электрической цепи, схема замещения которой изображена на рис. 3.1 – 3.27, по исходным данным, заданным в табл. 3 параметрам и линейному напряжению, определить:

- комплексы фазных напряжений;
- комплексы фазных и линейных токов и тока в нейтральном проводе;
- активную, реактивную мощности каждой фазы и всей цепи, а также полную мощность цепи;
- построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Номер варианта задания соответствует номеру в списочном составе группы.

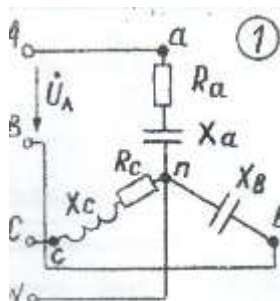


Рис.3.1

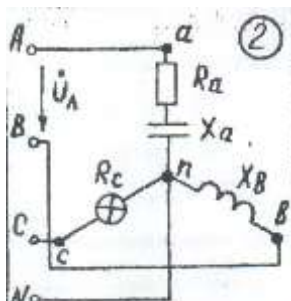


Рис.3.2

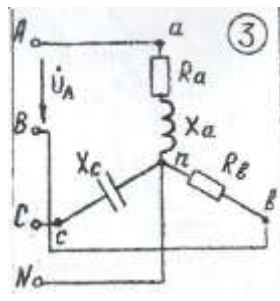


Рис.3.3

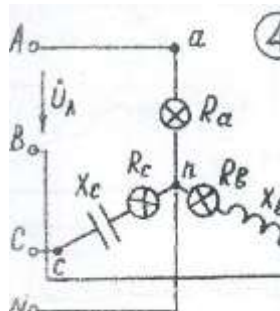


Рис.3.4

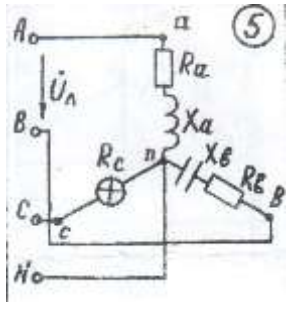


Рис.3.5

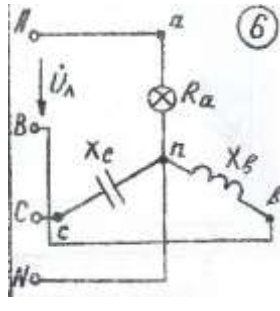


Рис.3.6

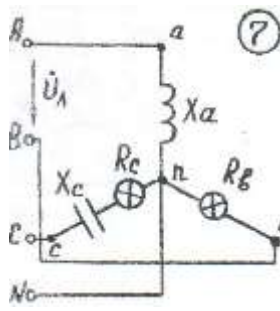


Рис.3.7

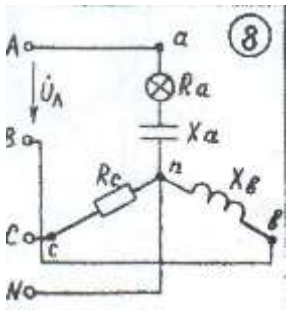


Рис.3.8

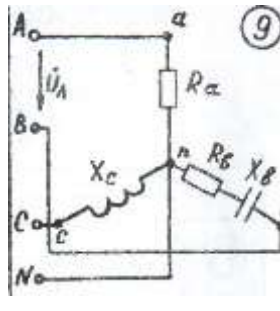


Рис.3.9

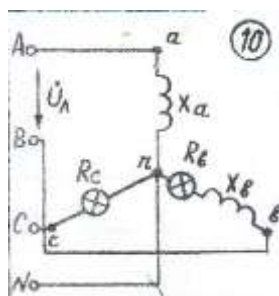


Рис.3.10

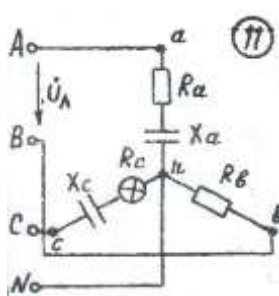


Рис.3.11

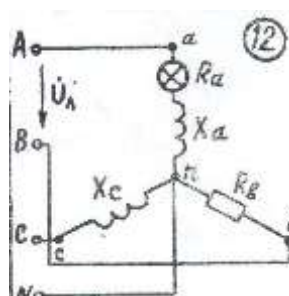


Рис.3.12

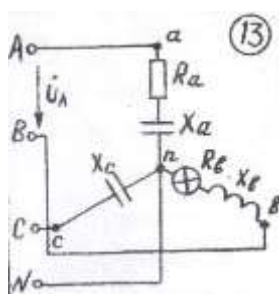


Рис.3.13

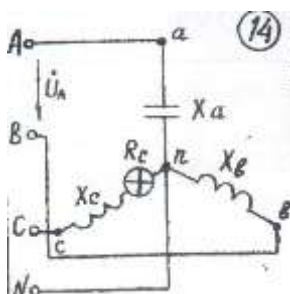


Рис.3.14

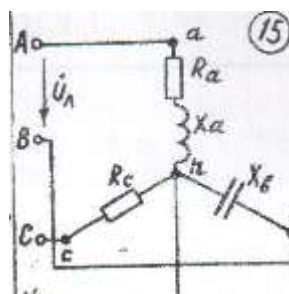


Рис.3.15

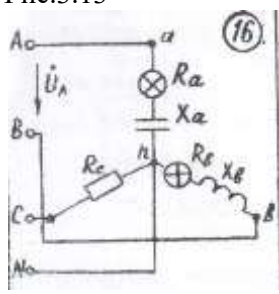


Рис.3.16

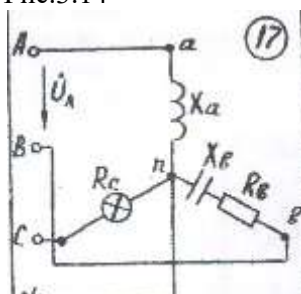


Рис.3.17

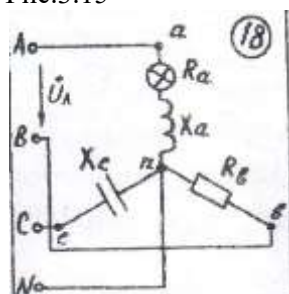


Рис.3.18

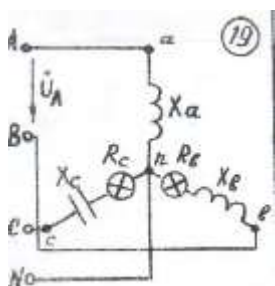


Рис.3.19

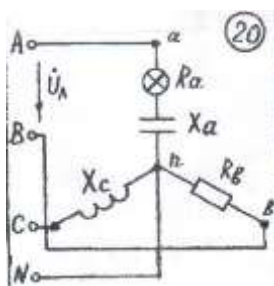


Рис.3.20

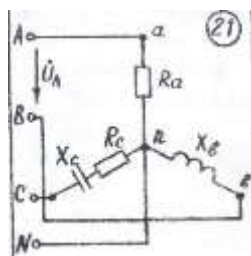


Рис.3.21

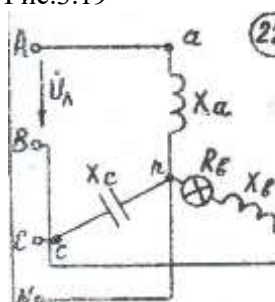


Рис.3.22

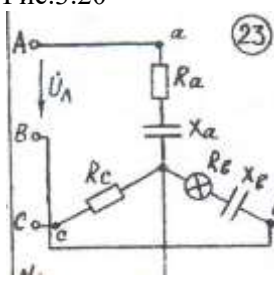


Рис.3.23

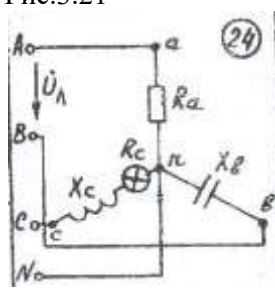


Рис.3.24

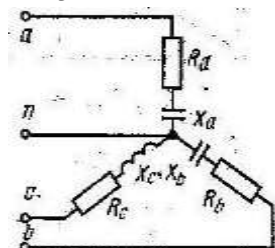


Рис.3.25

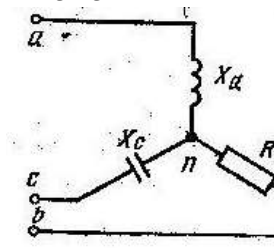


Рис.3.26

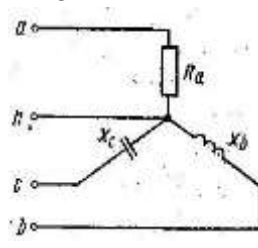


Рис.3.27

Таблица 3

Вариант	Схема	Линейное напряжение $U_{л}, В$	Сопротивления фаз, Ом						Изменение сопротивления фазы в 2 раза		Обрыв фазы
			R_a	R_b	R_c	X_a	X_b	X_c	Уменьш.	Увеличен.	
1	3-1	660	16	-	8	11	20	6	R_a		а
2	3-2	380	6	-	10	8	22	-		X_b	в
3	3-3	660	8	38	-	6	-	19	R_b		с
4	3-4	220	5	3	6	-	4	8		R_b	а
5	3-5	380	6	8	10	8	6	-	X_a		в
6	3-6	220	22	-	-	-	11	22	X_c		с
7	3-7	380	-	20	8	11	-	8		R_c	а
8	3-8	220	8	-	17	8	10	-		R_a	в
9	3-9	660	38	14	-	-	14	19	R_a		с
10	3-10	380	-	10	20	22	11	-	R_c	X_b	а
11	3-11	220	12	10	6	12	-	8	R_c	X_c	в
12	3-12	380	6	20	-	8	-	10	X_c	R_a	с
13	3-13	220	8	12	-	8	12	15		R_b	а
14	3-14	660	-	-	6	20	15	8	R_c		в
15	3-15	380	20	-	38	20	19	-		R_b	с
16	3-16	660	8	9	22	12	11	-	X_a	R_a	а
17	3-17	380	-	6	12	10	8	-		R_b	в

Продолжение таблицы

Вариант	Схема	Линейное напряжение $U_{л}, В$	Сопротивления фаз, Ом						Изменение сопротивление фазы в 2 раза		Обрыв фазы
			R_a	R_b	R_c	X_a	X_b	X_c	Уменьш.	Увеличен.	
18	3-18	660	14	11	-	14	-	22	X_c		с
19	3-19	220	-	3	8	6	4	6	X_c	R_b	а
20	3-20	380	6	22	-	8	-	11	R_b		в
21	3-21	220	19	-	15	-	38	10	R_c	X_b	с
22	3-22	380	-	6	-	22	8	20		X_c	а
23	3-23	220	3	6	10	4	8	-		R_a	в
24	3-24	660	20	-	14	-	11	14	X_c	R_c	с
25	3-25	380	8	6	10	10	22	10	R_a		с
26	3-26	220	-	18	12	-	-	22		X_c	а
27	3-27	380	6	-	-	8	-	38	X_c		в
28	3-5	220	12	10	8	5	15	-		X_a	с
29	3-13	380	4	12	-	8	14	10		R_a	а
30	3-19	220	-	9	15	10	6	4	X_c	R_b	а

3.7. Пример решения задания 3.

В качестве примера для решения проведем расчет трехфазной четырехпроводной электрической цепи, схема замещения которой представлена на рис. 3.28.

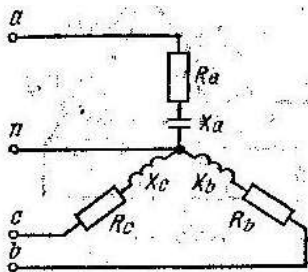


Рис.3-28.Схема замещения трехфазной четырехпроводной электрической цепи

Дано: $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$, $R_a = 8 \text{ Ом}$, $X_a = 6 \text{ Ом}$, $R_b = 6 \text{ Ом}$, $X_b = 8 \text{ Ом}$, $R_c = 5 \text{ Ом}$, $X_c = 5 \text{ Ом}$.

Расчет трехфазной электрической цепи ведется символическим методом и предполагает выполнение следующих действий.

3.1. Определение комплексных фазных напряжений с учетом основных соотношений и способов соединения фазных обмоток:

$$U_a = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{+j0^\circ} = 220 \cdot e^{+j0^\circ} \text{ В};$$

$$U_b = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j120^\circ} = 220 \cdot e^{-j120^\circ} \text{ В};$$

$$U_c = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} \cdot e^{+j120^\circ} = 220 \cdot e^{+j120^\circ} \text{ В}.$$

3.2. Определение фазных сопротивлений в алгебраической и показательной формах комплексного числа по формулам, представленным в табл. 2.2:

$$\underline{Z}_a = R_a - jX_a = 8 - j6 = \sqrt{(8^2 + 6^2)} \cdot e^{-j \arctg \frac{6}{8}} = 10 \cdot e^{-j37^0}, \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_b = R_b + jX_b = 6 + j8 = \sqrt{(8^2 + 6^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{8}{6}} = 10 \cdot e^{+j53^0}, \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_c = R_c + jX_c = 5 + j5 = \sqrt{(5^2 + 5^2)} \cdot e^{+j \arctg \frac{5}{5}} = 7 \cdot e^{+j45^0}, \text{ Ом}$$

3.3. Определение комплексов фазных, линейных токов и тока в нейтральном проводе:

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{220 \cdot e^{+j0^0}}{10 \cdot e^{-j37^0}} = 22 \cdot e^{+j37^0}, \text{ А}$$

$$\underline{I}_b = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{220 \cdot e^{-j120^0}}{10 \cdot e^{+j53^0}} = 22 \cdot e^{-j173^0}, \text{ А}$$

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{220 \cdot e^{+j120^0}}{7 \cdot e^{+j45^0}} = 31,4 \cdot e^{+j75^0}, \text{ А}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{nN} &= \underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \\ &= 22 \cos(+37^0) + j22 \sin(+37^0) + 22 \cos(-173^0) + j22 \sin(-173^0) + \\ &+ 31,4 \cos(+75^0) + j31,4 \sin(+75^0) = 3,86 + j40,886 = 41,1 \cdot e^{+j84^0}, \text{ А} \end{aligned}$$

3.5. Определение активной, реактивной, полной мощности каждой фазной нагрузки и цепи в целом:

$$P_a = R_a \cdot I_a^2 = 8 \cdot 22^2 = 3872 \text{ Вт}$$

$$P_b = R_b \cdot I_b^2 = 6 \cdot 22^2 = 2904 \text{ Вт}$$

$$P_c = R_c \cdot I_c^2 = 5 \cdot 31,4^2 = 4929,8 \text{ Вт}$$

$$Q_a = X_a \cdot I_a^2 = 6 \cdot 22^2 = 2904 \text{ Вар}$$

$$Q_b = X_b \cdot I_b^2 = 8 \cdot 22^2 = 3872 \text{ Вар}$$

$$Q_c = X_c \cdot I_c^2 = 5 \cdot 31,4^2 = 4929,8 \text{ Вар}$$

$$P_{\text{полн}} = P_a + P_b + P_c = 11705 \text{ Вт}$$

$$Q_{\text{полн}} = -jQ_a + jQ_b + jQ_c = 5897,8 \text{ Вар}$$

$$\underline{S} = P_{\text{полн}} + jQ_{\text{полн}} = 11705 + j5897,8 = 13107 \cdot e^{+j27^\circ} \text{ ВА.}$$

3.6. Построение векторной диаграммы осуществляется на плоскости комплексных чисел.

Методика построения заключается в следующем:

- выбираем масштаб построения векторов напряжений и токов;
- строим равносторонний треугольник, сторонами которого являются линейные напряжения в выбранном масштабе;
- из вершин треугольника методом засечек откладываем векторы фазных напряжений в виде радиусов циркуля (в том же масштабе);
- точка пересечения трех радиусов фазных напряжений является нейтральной точкой и обозначается n;
- соединив полученную точку n с вершинами треугольника, получаем вектора фазных напряжений;
- от оси (+ 1) вещественных чисел по расчетным значениям токов откладываем вектора фазных токов и тока в нейтральном проводе.

В результате получаем векторную диаграмму, представленную на рис. 3-29.

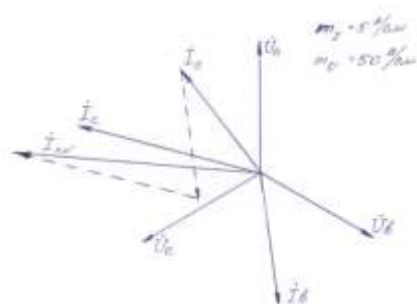


Рис. 3-29.
Векторная
диаграмма фазных
токов и напряжений
трехфазной
четырёхпроводной
электрической
цепи, соединенной по
типу «звезда», с
несимметричной
нагрузкой.

ТЕМА 4. Трансформаторы

4.1. Назначение трансформатора

Трансформатором называется статический электромагнитный аппарат, предназначенный для преобразования посредством магнитного поля электрической энергии переменного тока одного напряжения в электрическую энергию переменного тока другого напряжения при условии сохранения частоты, т.е. $f = \text{const}$.

Целью преобразования электрической энергии одного напряжения в другое заключается в стремлении уменьшения потерь мощности и сечения линии передачи, а также обеспечить безопасные условия работы потребителей.

4.2. Устройство и принцип работы однофазного трансформатора

Трансформатор имеет замкнутый магнитопровод из ферромагнитного материала (сердечник), на котором расположены две обмотки. Для увеличения магнитной связи обмотки располагаются одна на другой. Сердечник трансформатора для уменьшения потерь на нагрев набирают из листов легированной кремнием стали толщиной 0,35-0,5 мм. Часто конструкция сердечника выполняется шихтованной, т.е. место стыка в первом слое перекрывается листом другого (следующего) слоя. Такая конструкция более устойчива в механическом отношении и трансформатор с шихтованным сердечником имеет меньший ток холостого тока, так как эквивалентный воздушный зазор этой конструкции во много раз меньше реального зазора при стыковой конструкции.

Обмотка трансформатора, соединенная с источником энергии, называется первичной или обмоткой высокого напряжения и обозначается как ВН.

Обмотка трансформатора, соединенная потребителем, называется вторичной или обмоткой низкого напряжения и обозначается как НН.

Все величины, относящиеся к этой обмотке (токи, ЭДС, напряжения и т.д.) называются соответственно первичными или вторичными.

Первичная и вторичная обмотки в трансформаторе связаны только общим магнитным потоком, а электрически не связаны.

Принцип работы трансформатора основан на использовании явления индукционного действия магнитного потока, т.е. на законе электромагнитной индукции, который заключается в том, что в обмотке, помещенной в переменное магнитное поле, наводится ЭДС, величина которого пропорциональна числу витков обмотки и скорости изменения магнитного потока.

Таким образом, под действием подведенного к первичной обмотке переменного напряжения $u_1 = U_m \sin \omega t$, изменяющегося по синусоидальному закону, в первичной обмотке протекает синусоидальный ток $i_1 = I_m \sin \omega t$ и возбуждается изменяющийся во времени также по синусоидальному закону $\Phi_1 = \Phi_m \sin \omega t$.

Этот магнитный поток наводит соответственно ЭДС самоиндукции в первичной обмотке e_1 и ЭДС взаимной индукции во вторичной – e_2 , мгновенные значения которых записываются следующими выражениями:

$$e_1 = - W_1 d\Phi / dt = -\omega W_1 \Phi_m \cos \omega t = \omega W_1 \Phi_m \sin(\omega t - \pi/2) = E_{m1} \sin(\omega t - \pi/2);$$

$$e_2 = - W_2 d\Phi / dt = -\omega W_2 \Phi_m \cos \omega t = \omega W_2 \Phi_m \sin(\omega t - \pi/2) = E_{m2} \sin(\omega t - \pi/2);$$

где E_{m1} , E_{m2} – амплитудные значения ЭДС в первичной и вторичной обмотках.

ЭДС e_1 уравнивает основную часть приложенного напряжения u_1 , а ЭДС e_2 создает напряжение u_2 на выходных зажимах вторичной обмотки трансформатора.

Из этих выражений можно получить выражение для определения коэффициента трансформации трансформатора через отношение величин ЭДС, индуцированных потоком в обмотках:

$$K_{12} = e_1 / e_2 = E_1 / E_2 = W_1 / W_2.$$

Потоки рассеяния $\Phi_{\sigma 1}$ и $\Phi_{\sigma 2}$ индуцируют в первичной и вторичной обмотках ЭДС рассеяния соответственно $e_{\sigma 1}$ и $e_{\sigma 2}$. Тогда, согласно 2-ому закону Кирхгофа, напряжение U_1 , приложенное к первичной обмотке, будет уравниваться величиной ЭДС e_1 и $e_{\sigma 1}$, а также падением напряжения на активном сопротивлении первичной обмотки:

$$U_1 = (-e_1) + (-e_{\sigma 1}) + r_1 i_1.$$

Соответственно это уравнение электрического состояния первичной обмотки в комплексной форме представлено выражением:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 - \underline{E}_{\sigma 1} + r_1 \underline{I}_1.$$

С учетом того, что $\underline{E}_{\sigma 1} = -j x_{\sigma 1} \underline{I}_1$, где $x_{\sigma 1}$ – индуктивное сопротивление первичной обмотки, обусловленное потоком рассеяния $\Phi_{\sigma 1}$.

В результате получаем конечное выражение для уравнения электрического состояния первичной обмотки:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + (r_1 + jx_{\sigma 1})\underline{I}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{Z}_1 \underline{I}_1, \quad (4.1)$$

где $\underline{Z}_1 = (r_1 + j x_{\sigma 1})$ – полное комплексное сопротивление первичной обмотки.

Если в цепи вторичной обмотки трансформатора подсоединить нагрузку, согласно 2-го закона Кирхгофа, можно составить уравнение вида:

$$U_2 = e_2 + e_{\sigma 2} - r_2 i_2.$$

Соответственно это уравнение электрического состояния вторичной обмотки в комплексной форме представлено выражением:

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 + \underline{E}_{\sigma 2} - r_2 \underline{I}_2.$$

С учетом того, что $\underline{E}_{\sigma 2} = -j x_{\sigma 2} \underline{I}_2$, где $x_{\sigma 2}$ – индуктивное сопротивление вторичной обмотки, обусловленное потоком рассеяния $\Phi_{\sigma 2}$.

В результате получаем конечное выражение для уравнения электрического состояния вторичной обмотки:

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - (r_2 + jx_{\sigma 2}) \underline{I}_2 = \underline{E}_2 - \underline{Z}_2 \underline{I}_2, \quad (4.2)$$

где $\underline{Z}_2 = (r_2 + jx_{\sigma 2})$ – полное комплексное сопротивление вторичной обмотки.

Анализируя выражения для уравнений электрического состояния первичной и вторичной обмоток трансформатора, можно сделать вывод, что первичная обмотка трансформатора является потребителем электрической энергии. О чем говорит знак « - » перед ЭДС \underline{E}_1 в уравнении (4.1), а вторичная обмотка – источником электрической энергии, о чем говорит знак « + » перед ЭДС \underline{E}_2 в уравнении (4.2).

4.3. Режимы работы трансформаторов

Определены 3-и режима работы трансформаторов:

- нагрузочный или рабочий, при котором напряжение первичной обмотки близко к номинальному значению или равно ему (описан в п. 4.2.);
- режим холостого хода (Х.Х.), т.е. режим ненагруженного трансформатора, при котором цепь вторичной обмотки разомкнута или подключена к приемнику с очень большим сопротивлением нагрузки (например, вольтметр);
- режим короткого замыкания (К.З.), при котором вторичная обмотка трансформатора коротко замкнута ($U_2 = 0$)

подключена к приемнику с очень малым сопротивлением нагрузки (например, амперметр).

Режимы Х.Х. и К.З. возникают при авариях или специально создаются при испытании трансформатора.

4.3.1. Опыт холостого хода.

В режиме холостого хода трансформатор по существу превращается в катушку с магнитопроводом, к обмотке (первичной) которой с числом витков ... подключен источник синусоидального напряжения. Опыт холостого хода называется испытание трансформатора при разомкнутой цепи вторичной обмотки и номинальном напряжении, подаваемом на первичную его катушку, т.е. $U_{1x} = U_{1ном}$.

При номинальном первичном напряжении ток холостого хода I_{1x} составляет 3-10% номинального первичного тока $I_{1ном}$ (тем меньше, чем больше номинальная мощность трансформатора), т.е. $U_{1x} = E_{1x}$. Кроме того, при разомкнутой цепи вторичной обмотки всегда $U_{2x} = E_{2x}$.

На основании этого опыта по показаниям измерительных приборов определяют коэффициент трансформации и мощность потерь в магнитопроводе трансформатора. Опыт Х.Х является одним двух обязательных контрольных опытов при заводских испытаниях того трансформатора.

4.3.2. Опыт короткого замыкания

Опыт короткого замыкания называют испытание трансформатора при короткозамкнутой цепи вторичной обмотки и номинальном первичном токе, т.е. $I_{1к} = I_{1ном}$. Этот опыт служит для определения важнейших параметров трансформаторов: мощности потерь в проводах (меди), внутреннего падения напряжения и т.д.

В режиме короткого замыкания ЭДС $E_{2к}$, индуцируемая во внутренней обмотке, как следует из второго закона Кирхгофа, равна сумме напряжений на активном сопротивлении и индуктивном сопротивлении рассеяния вторичной обмотки:

$$E_{2к} = - (r_2 + j x_{\sigma 2}) I_{2к}.$$

Напряжение первичной обмотки в опыте короткого замыкания при $I_{1к} = I_{1ном}$ равно примерно 5-10 % номинального $U_{1ном}$. Поэтому действующее значение ЭДС $E_{2к}$ составляет лишь несколько процентов (2-5%) действующего значения ЭДС $E_{2к}$ в рабочем режиме. Пропорционально значению ЭДС уменьшается магнитный поток, а вместе с ним намагничивающий ток и мощность потерь в магнитопроводе, пропорциональная Φ^2 . Следовательно, можно считать, что при опыте короткого замыкания вся мощность $P_{1к}$ трансформатора равна мощности потерь в проводах первичной и вторичной обмоток.

С увеличением номинальной полной мощности $S_{ном}$ трансформатора активная мощность $P_{1к}$ в опыте короткого замыкания относительно убывает. По мощности потерь в трансформаторе при коротком замыкании вторичной обмотки и номинальном значении первичного тока $I_{1к} = I_{1ном}$ определяют

- активное сопротивление трансформатора:

$$r_k = P_{1к} / I_{1к}^2, \text{ Ом};$$

- индуктивное сопротивление:

$$x_k = \sqrt{(Z_k^2 - r_k^2)} = \sqrt{((U_{1к} / I_{1к})^2 - r_k^2)}, \text{ Ом}.$$

4.4. Внешняя (нагрузочная) характеристика трансформатора

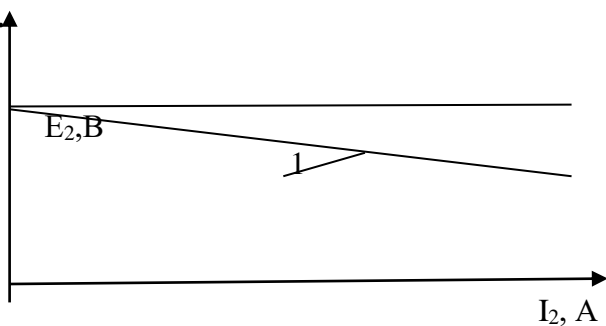


Рис.6.1. Внешняя (1) характеристика трансформатора.

Опыты короткого замыкания как и холостого хода является обязательными при заводских испытаниях выпускаемых трансформаторов.

ТЕМА 5. Основы электропривода.

5.1 . Основные сведения

Электроприводом называют совокупность электромеханическую систему, состоящую из электродвигателя (или нескольких электродвигателей), передаточного механизма к рабочей машине и всей аппаратуры для управления электродвигателем.

Основным функциональным узлом электропривода является, конечно, электродвигатель, т.е. электрическая машина, преобразующая энергию электрического поля в механическую вращения посредством вращающегося магнитного поля статора.

Из множества типов двигателей следует выделить двигатели асинхронные. Асинхронные двигатель является одним из основных преобразователей электрической энергии в механическую и составляет основу электропривода механизмов и машин, используемых в технологических процессах всех отраслей производства.

Наиболее широкое применение нашли трехфазные асинхронные двигатели серий 4А, 5А, и АИ с диапазоном мощностей от 0,06 до 400 кВт на напряжение до 1000В. Обозначение типов двигателей осуществляется с помощью цифр и букв и расшифровывается следующим образом:

4 А X X XXX X X X X XX,
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

где 1 – порядковый номер серии;

2 – род двигателя (А-асинхронный, АС – с повышенным скольжением; АР – с повышенным пусковым моментом);

3 – исполнение двигателя по способу защиты;

4 – дополнительные буквы для модификации двигателя;

5 – высота оси вращения (три или две цифры);

6 - установочный размер по длине станины (S,M,L);
7 – длина сердечника статора (А или В);
8 – число полюсов;
9 – дополнительные буквы для специализированного исполнения (Х, Ш);
10 – климатическое исполнение и категория помещения.

Примеры обозначений и их расшифровка:

4А112М6УЗ – трехфазный асинхронный двигатель (А) четвертой серии с высотой оси вращения 112 мм, установочный размер по длине станины М, число полюсов – 6(число пар полюсов – 3), для умеренного климата (У) в закрытых помещениях(З);

4НК200 ЛЗУ1 - трехфазный асинхронный двигатель (А) четвертой серии с фазным ротором (К), в защищенном исполнении(Н), с высотой оси вращения 200 мм, установочный размер по длине станины , четырехполюсной, для умеренного климата (У), эксплуатация на открытом воздухе(1).

Асинхронный двигатель представляет собой электрическую машину, состоящую из неподвижной части статора , заключенного в кожух, и подвижной (вращающейся) – ротора.

5.2. Конструкция электродвигателей

Конструктивно статор представляет собой цилиндрический сердечник, набранный из листов электротехнической стали толщиной 0,3-0,5 мм, на внутренней поверхности которого, в пазах, уложены обмотки (фазы) статора.

Для асинхронного двигателя обмотки статора расположены таким образом, что угол сдвига их магнитных осей составляет 120° .

Вращающийся ротор конструктивно может быть выполнен либо по типу короткозамкнутого (беличья клетка), либо фазного (с контактными кольцами).

Асинхронные двигатели с короткозамкнутым ротором (КЗ), благодаря таким преимуществам, как простота конструкции, постоянная скорость при изменении нагрузки, высокие значения КПД и $\cos \varphi$, нашли более широкое применение, чем двигатели с фазным ротором, несмотря на их преимущества: большой начальный момент и небольшой пусковой ток.

Применение двигателей с фазным ротором осуществляется лишь в том случае, когда поставленные задачи не могут быть решены применением двигателей с КЗ ротором (шахтные подъемные машины, краны, лифты и т.д.), так как двигатели с фазным ротором дороже в изготовлении, менее надежны и относятся к машинам специализированного назначения.

5.3. Работа 3-х фазного асинхронного двигателя

Преобразование двигателем электрической энергии в механическую осуществляется посредством вращающегося магнитного поля статора, магнитные оси фазных обмоток которого сдвинуты относительно друг друга по окружности на 120° и соединены между собой либо по типу «звезда», либо по типу «треугольник». Питание обмоток статора осуществляется симметричным трехфазным напряжением со сдвигом фазных напряжений и токов на 120° :

$$i_a = I_a \sin \omega t; i_b = I_b \sin (\omega t - 120^\circ); i_c = I_c \sin (\omega t + 120^\circ).$$

5.3.1. Вращающееся магнитное поле статора

Суть возникновения вращающегося магнитного поля статора заключается в том, что при протекании переменного

синусоидально изменяющегося тока в обмотках (катушках) статора создается переменное результирующее (результат наложения магнитных полей всех трех катушек) магнитное поле, направление (расположение южного и северного полюса) которого определяется по правилу правоходного винта. В результате построения картин магнитного поля статора можно увидеть, что ось результирующего магнитного поля будет располагаться по оси фазной обмотки, ток которой максимален. Таким образом, в различные моменты происходит равномерное одностороннее вращение магнитного поля (при вышеуказанном сдвиге фаз) в направлении движения часовой стрелки. Такое поле принято называть *вращающимся*, при этом ось симметрии поворачивается на угол 360° , т.е. делает один поворот за время, равное периоду T изменения синусоидального тока. Частота вращения магнитного поля статора выражается через угловую скорость ω_0 или число оборотов n_0 , определяемых по формулам

$$\omega_0 = 2\pi f \text{ (рад/сек); } n_0 = 60 f \text{ (об/мин),}$$

где f – частота питающей сети (Гц).

Из рассуждений следует, что трехфазная система синусоидальных токов, протекающих в обмотках статора, представленных единичной катушкой, возбуждает вращающееся магнитное поле с одной парой полюсов. Подключением дополнительных катушек в каждую фазную обмотку статора, можно регулировать число пар полюсов. Например, при двух последовательно соединенных катушках в фазных обмотках статора формируемое магнитное поле будет иметь, соответственно, две пары полюсов результирующего магнитного поля, т.е. $p = 2$, где p – число пар полюсов магнитного поля статора, при этом скорость этого вращающегося магнитного поля будет определяться из соотношения

$$n_0 = 60 f / p, \text{ об/мин.} \quad (1)$$

Таким образом, скорость вращения магнитного поля статора n_0 зависит от частоты f питающей сети (напряжения) и конструкции статора двигателя.

Существует стандартный ряд синхронных скоростей вращающегося магнитного поля статора от числа полюсов p , представленный в табл.1., при промышленной частоте питающегося напряжения $f = 50$ Гц.

Таблица 1

								0	2
n_0 , об/мин	000	500	000	50	00	00	75	00	50

Направление вращения магнитного поля статора определяется порядком чередования фазных токов питающей сети и расположением фазных обмоток статора по его окружности. Если изменить порядок чередования токов в фазных обмотках смататора, например, принять, что ток i_a будет протекать в катушке фазной обмотки $c - z$, а ток i_b - в катушке фазной обмотки $b - y$, то направление вращения результирующего магнитного поля изменится на обратное, т.е. осуществится *реверсирование*.

5.3.2. Принцип работы 3-х фазного асинхронного двигателя

Принцип работы трехфазного асинхронного электродвигателя заключается в следующем. При подключении фазных обмоток статора к трехфазному источнику питания в этих обмотках протекают токи, возбуждающие в фазных обмотках статора вращающееся магнитное поле. Согласно закона электромагнитной индукции

при пересечении вращающимся полем статора неподвижных обмоток ротора, в них наводится ЭДС $e=BLv$, под действием которой возникает электродвижущая сила $F=BLi$, направление которой определяется по правилу левой руки. Под действием этой электродвижущей силы возникает момент, направление которого совпадает с направлением электродвижущей силы F . и ротор двигателя начинает вращаться. Следует отметить, что скорость вращения ротора n будет отличаться от скорости вращающегося магнитного поля n_0 , причем скорость вращения ротора будет меньше, чем скорость вращающегося магнитного поля статора, а разность этих скоростей, определяемая по формуле $n_s=(n_0 - n)$, называется скоростью скольжения n_s .

Относительная скорость скольжения называется скольжением S асинхронного двигателя и определяется по формуле

$$s = n_s / n_0 = (n_0 - n) / n_0. \quad (2)$$

Пределы изменения величины скольжения s – от единицы (пуск двигателя) до бесконечно малой величины (холостой ход) и зависит от нагрузки на вал двигателя: $0 < s \leq 1$.

5.3.3. Регулирование скорости вращения трехфазных асинхронных двигателей

Из выражений (1) и (2) получаем формулу для определения частоты вращения ротора n :

$$n = n_0 (1 - s) = 60 (f / p) (1 - s),$$

из которой следует, что существует три принципиальных способа регулирования скорости трехфазных асинхронных двигателей:

- частотное регулирование ($f = \text{var}$);
- полюсное регулирование ($p = \text{var}$);
- реостатное регулирование ($s = \text{var}$),

причем первые два способа регулирования реализуются в двигателях с короткозамкнутым ротором, а третий – с фазным ротором.

Частотное (плавное) регулирование предполагает, что регулирование скорости вращения двигателя осуществляется изменением частоты напряжения питания, подаваемого на двигатель от преобразователя частоты. Для этого используются частотные преобразователи.

Регулирование изменением числа пар полюсов является ступенчатым регулированием и заключается в возможности соединения последовательно или параллельно независимых обмоток, размещенных в пазах статора, количество которых, согласно формуле (1) или табл. 1, словлено обесачением определенной скорости вращения двигателя.

Реостатное регулирование связано с изменением скольжения: при постоянном моменте нагрузки $M_c = \text{const}$ с увеличением сопротивления в фазах ротора величина скольжения увеличивается, частота вращения уменьшается. Недостатки способа: дополнительные потери в реостате, малый диапазон регулирования.

5.3.5. Условия эксплуатации и режимы работы электродвигателя

Для обеспечения правильной эксплуатации трехфазных асинхронных двигателей важно знать, в каких случаях фазные обмотки статора включаются по типу «звезда» (Y) и в каких – по типу «треугольник» (Δ). Переключение обмоток статора с «треугольника» на «звезду» и обратно производится в двух случаях:

1) при пуске двигателя с короткозамкнутым ротором, нормально работающего при соединении обмоток статора по схеме «Δ», с целью снижения величины пускового

тока и потребляемой мощности при неизменном напряжении сети при переключении фазных обмоток статора с «Δ» на «Y» (во время пуска), т.е. выполняются условия

$$P_{\Delta} / P_Y = 3; \quad I_{\Delta} / I_Y = 3; \quad I_{\phi\Delta} / I_{\phi Y} = \sqrt{3};$$

2) при увеличении напряжения питающей сети в $\sqrt{3}$ раз (переключение схем соединения обмоток статора с «Δ» на «Y») с целью поддержания одинаковыми (неизменными) мощность, развиваемую двигателем, частоту вращения и КПД, т.е. выполняется условие

$$P_{\Delta} / P_Y = 1; \quad I_{\Delta} / I_Y = \sqrt{3}; \quad I_{\phi\Delta} / I_{\phi Y} = 1.$$

Таким образом, следует также понимать, что в зависимости от значения скольжения трехфазная асинхронная машина может работать в режимах двигателя, генератора и электромагнитного тормоза.

В режиме двигателя ($0 < s \leq 1$) трехфазная асинхронная машина является преобразователем электрической энергии в механическую. Ротор двигателя должен вращаться асинхронно-медленнее поля, с такой частотой вращения, при которой токи в обмотке ротора, взаимодействуя с вращающимся магнитным полем, создаваемым токами в обмотках статора, создают вращающийся момент, уравновешивающий тормозной момент от сил трения и нагрузки на валу.

В режиме генератора ($s < 0$) трехфазная асинхронная машина является преобразователем механической энергии в электрическую. Ротор генератора вращается в направлении вращения магнитного поля, создаваемого токами в обмотках статора, с частотой вращения большей, чем частота вращения поля.

В режиме электромагнитного тормоза ($s > 1$) ротор трехфазной асинхронной машины вращается в направлении, противоположном направлению вращения магнитного поля, создаваемого токами в обмотках статора. В режиме электромагнитного тормоза в трехфазной асинхронной машине

рассеивается значительная энергия в обмотках на гистерезис и вихревые токи.

5.4. Основные режимы работы электропривода

Длительность работы и ее характер определяют рабочий режим электропривода. Для электропривода различают три основных режима:

- **продолжительный**, при котором за время работы двигателя температура всех устройств электропривода достигает установившегося значения (см. рис. 5.1 а);

- **кратковременный**, при котором температура двигателя не успевает достигнуть установившегося значения, а перерыв в работе достаточно велик для того, чтобы двигатель успевал охладиться практически до температуры окружающей среды (см. рис. 5.1.б);

- **повторно-кратковременный**, при котором периоды работы чередуются с паузами (остановка или холостой ход), причем ни в один из периодов работы температура двигателя не достигает установившегося значения, а во время паузы (снятия нагрузки) двигатель не успевает охладиться до температуры окружающей среды.

В качестве примеров механизмов электропривода, работающих в различных режимах, можно назвать следующие:

- в длительном режиме работают центробежные насосы насосных станций, вентиляторы, компрессоры, конвейеры непрерывного транспорта, дымососы, бумагоделательные машины, машины для отделки тканей и т.д.;

- в кратковременном режиме работают шлюзы, разводные мосты, подъемные шасси самолетов и т.д.;

- в повторно-кратковременном режиме работают краны, ряд металлургических станков, полкатные станы, буровые станки в нефтяной промышленности и др.

В соответствии с режимом работы электропривода различно определяется номинальная мощность электродвигателя.

Условия нагревания и охлаждения двигателя, например, при повторно-кратковременном режиме существенно отличаются от условий работы в продолжительном режиме.

5.5. Расчет мощности и выбор типа двигателя электропривода, работающего в различных режимах

Правильный расчет мощности электродвигателя для привода должен удовлетворять требованиям экономичности, производительности и надежности рабочей машины. Установка двигателя большей мощности, чем это необходимо по условиям привода, приводит к излишним потерям энергии при работе машины, дополнительным капитальным вложениям и увеличению габаритов двигателя. Установка двигателя недостаточной мощности снижает как производительность рабочей машины, так и ее надежность.

Выбор мощности двигателя для привода в продолжительном режиме при постоянной или мало изменяющейся нагрузке на валу является очень простым и для ряда хорошо изученных механизмов определяется на основании проверенных практикой теоретических расчетов.

Например: мощность двигателя

для привода вентилятора $P_p = k_3 Q H 10^{-3} / \eta_v \eta_n$, кВт;

для привода насоса $P_p = k_3 Q H_d \gamma 10^{-3} / \eta_n \eta_n$, кВт;

для привода грузоподъемного механизма

$$P_p = k_3 G V 10^{-3} / \eta_m \eta_n, \text{ кВт},$$

где Q – производительность, $\text{м}^3/\text{с}$;

H – давление, $\text{Н}/\text{м}^2$;

H_d – дифференциальный напор, м ;

G – вес груза, Н ;

V – скорость, $\text{м}/\text{с}$;

γ – удельный вес, $\text{Н}/\text{м}^3$;

k_3 – коэффициент запаса ($k_3 = 1,1 - 1,3$);

$\eta_v, \eta_n, \eta_m, \eta_p$ – коэффициент полезного действия, соответственно вентилятора, насоса, грузоподъемного механизма, передаточного устройства.

Расчет мощности электродвигателя, работающего с переменной нагрузкой в длительном или повторно-кратковременном режимах, производится на основании нагрузочных диаграмм по формулам эквивалентных (среднеквадратичных) величин:

$$P_{\text{экв}} = \sqrt{(P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + \dots + P_n^2 t_n) / (t_1 + t_2 + \dots + t_n)} \text{ или}$$

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{(M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + \dots + M_n^2 t_n) / (t_1 + t_2 + \dots + t_n)},$$

где $P_1, P_2, \dots, P_n, M_1, M_2, \dots, M_n, t_1, t_2, \dots, t_n$ – соответственно, значения мощности или момента и времени их действия по нагрузочной диаграмме.

Если нагрузочная диаграмма задана в виде графика момнетов, то расчетная (эквивалентная) мощность определяется по формуле:

$P_{\text{экв}} = M_{\text{экв}} n_{\text{дв}} / 9550$, кВт, где $n_{\text{дв}}$ – скорость вращения вала двигателя.

Далее, по нагрузочной диаграмме определяется фактическая продолжительность включения (ПВ_ф) по формуле:

$$\text{ПВ}_\phi = (\sum t_p / (\sum t_p + \sum t_0)) 100\% = (\sum t_p / t_{\text{цикла}}) 100\%,$$

где $\sum t_p, \sum t_o$ – соответственно, сумма времени работы под нагрузкой и времени паузы (отключение двигателя от нагрузки или от сети).

В случае несовпадения фактической продолжительности включения от номинального значения $P_{Вном}$ ($P_{Вном} = 15, 25, 40$ или 60%) производится пересчет эквивалентной расчетной мощности по формуле:

$$P_p = P_{эвб} \sqrt{(P_{Вф} / P_{Вном})},$$

и уже по ней производить выбор двигателя по каталогу.

Двигатель выбирается по каталогу из условия:

$$P_{ном} \geq P_p; \quad n_{ном} \approx n_{дв}.$$

ТЕМА 6. Основы электроники

6.1. Общие сведения о полупроводниковых приборах

Основой для понимания работы полупроводниковых приборов необходимо пояснить основные электрофизические свойства полупроводниковых материалов и понятие p-n перехода.

Полупроводниковые материалы объединяют широкий класс материалов с удельной сопротивлению ρ равной $10^8 - 10^{10}$ Ом м. К ним относятся материалы четвертой группы таблицы Менделеева (Si, Ge) и некоторые окислы (Cu_2O , ZnO). По значению удельного сопротивления полупроводники занимают промежуточное положение между проводниками ($\rho \leq 10^{-10}$ Ом м) и диэлектриками ($\rho \geq 10^8$ Ом м). Наибольшее применение в полупроводниковых приборах германий Ge и кремний Si, использующийся чаще, чем германий.

На основе кристаллов кремния изготавливаются полупроводниковые диоды, транзисторы и тиристоры, широко используемые в низковольтной аппаратуре контроля и управления, системах управления технологическими процессами, электроприводах, а также в компьютерах, телевизорах и т.д.

Пространственная кристаллическая решетка кремния состоит из атомов, связанных друг с другом валентными электронами. Такая связь называется ковалентной и представлена в виде прямых линий на рис. ..., из которого видно, что вокруг каждой пары атомов кремния Si по орбитам движутся два валентных электрона (отрицательно заряженные частицы). В плоской структуре кристаллической решетки ковалентные связи показаны в виде прямых линий, а электроны – кружками.

Каждый атом полупроводникового материала имеет 4 своих валентных электрона. Стремясь к устойчивому состоянию, он включает в свои внешние орбиты еще 4 валентных электрона соседних атомов. Таким образом, вокруг каждого атома на его внешних орбитах вращается 8 электронов. Причем, часть электронов вращается как вокруг центрального атома, так и вокруг соседних, объединяя все атомы в устойчивую структуру. При низких температурах окружающей среды любой полупроводник ведет себя как изолятор (диэлектрик), т.е. в нем нет свободных носителей заряда. Все элементы связаны. При повышении температуры окружающей среды валентные электроны приобретают дополнительную энергию и часть из них может сойти с орбиты атома, становясь свободными.

Атом, от которого оторвался электрон становится положительно заряженным и называется **дыркой**. На место «ушедшего» электрона может попасть электрон из другого атома и тогда тот атом становится дыркой.

Благодаря этому можно говорить, что под действием температуры окружающей среды в полупроводниках возникают пары свободных носителей заряда из свободного электрона и из свободной дырки.

Под действием внешнего электрического поля свободные электроны движутся к «+» полюсу внешнего поля, а свободные дырки перемещаются в сторону «-».

Таким образом создается биполярный ток внутри полупроводника. При этом суммарный ток равен 0. Следовательно, в полупроводниках протекает биполярный ток, тогда как в металлах протекает ток унитарный, создаваемый только потоком свободных электронов.

В 1 см^3 любого материала содержится 10^{23} атомов. При комнатной температуре в полупроводнике образуется примерно 3×10^{13} свободных носителей на см^3 .

Эти свободные носители обуславливают так называемую собственную проводимость. Собственная проводимость полупроводника при комнатной температуре мала, так как $10^{23}/3 \times 10^{13} = 10^{10}/3$, т.е. 3 свободных носителя приходится на 10^{10} атомов. Причем, особенностью полупроводника является то, что с повышением температуры число свободных носителей растет, а, значит, растет и собственная проводимость.

Чтобы увеличить искусственно проводимость полупроводника при комнатной температуре в полупроводник вводятся примеси в количестве $10^5 - 10^7 \text{ ат/см}^3$. В качестве примесей используются 5-и валентные мышьяк, сурьма или фосфор, а также 3-х валентные алюминий, индий или галлий.

Если в кристалл кремния ввести примесь в виде пентавалентного фосфора (P), мышьяка (As) или сурьмы (Sb), то атом примеси будет взаимодействовать с атомами кремния только четырьмя своими электронами, а пятый электрон не будет связан ковалентными связями и перейдет в зону

проводимости, т.е. окажется свободным носителем отрицательного заряда. Атом примеси, отдавая электрон, зарядится положительно, т.е. станет положительно заряженным ионом.

Появление в кристалле свободных электронов. Количество которых равно количеству атомов примеси, приведет к возникновению в нем **электронной проводимости**. Полупроводники с электронной проводимостью называют полупроводниками n- типа (negative – отрицательный заряд свободного носителя). Примеси, которые образуют n- типа проводимость называются **донорными**.

Если в кристалл кремния ввести примесь в виде трехвалентного индия (In), бора (B) или алюминия (Al), то атом примеси для образования недостающей ковалентной связи (на рис. 4 показана штрихпунктирной линией) будет отнимать электрон от соседнего атома кремния, у которого появится положительно заряженная дырка. В свою очередь эта дырка отнимает электрон от другого соседнего атома кремния и т.д., т.е. появится положительно заряженный свободный носитель заряда. При этом сам атом примеси примет отрицательный заряд.

Появление в кристалле свободных дырок, количество которых равно количеству атомов примеси, приведет к возникновению в нем **дырочной проводимости**. Полупроводники с дырочной проводимостью называют полупроводниками p- типа (positive –положительный заряд свободного носителя). Примеси, которые образуют p- типа проводимость называются **акцепторными**.

Проводимость, созданная с помощью атомов примеси, называется примесной и зависит от концентрации атомов примеси, которая находится в диапазоне от 10^{15} до 10^{18} атомов в см^3 . При этом носители подвижного заряда называются **основными**.

Следует отметить, что концентрация атомов примеси в десятки тысяч раз меньше концентрации атомов кристалла, которая (например, для германия) составляет $4,4 \cdot 10^{22}$ атомов в см^3 . Тем не менее при введении примеси а кристалл концентрация основных носителей возрастает минимум в 1000 раз, и во столько же раз возрастает проводимость полупроводника *n*- или *p*- типа.

В каждом полупроводнике есть также небольшая собственная проводимость, обусловленная неосновными носителями заряда, концентрация которых при комнатной температуре составляет $10^{12} - 10^{13}$ в см^3 (в $10^3 - 10^5$ раз меньше концентрации основных носителей зарядов), поэтому при рассмотрении процессов в полупроводниках на первом этапе собственной проводимостью можно пренебречь.

С учетом сказанного, полупроводник *p- типа* можно представить в виде совокупности неподвижных отрицательно заряженных ионов примеси (на рис. 5 изображены кружком с зарядом внутри) и рядом расположенных дырок. В веществе ионы и подвижные заряды распределены равномерно. Если подвижный заряд находится рядом с ионом примеси, то их заряды взаимно компенсируют друг друга, и можно считать, что атом примеси является нейтральным (скомпенсированным). Если заряд отойдет от иона, то атом примеси будет иметь заряд, и его называют нескомпенсированным.

Аналогично, полупроводник *n- типа* можно представить в виде совокупности неподвижных положительно заряженных ионов примеси и рядом расположенных электронов.

6.2. Свойства полупроводникового диода

Полупроводниковым диодом называют электронный прибор с двухслойной *p - n*- структурой, обладающей

вентильный свойством, т.е. способностью проводить электрический ток только в одном направлении. Иначе говоря, диод состоит из двух полупроводников *p*- и *n*- типа, в плоскости контакта которых создается *p-n переход* с вентильным свойством.

При контакте двух полупроводниковых материалов различной проводимости внутри диода происходят следующие процессы. В соответствии с явлением диффузии дырки из полупроводника *p – типа*, где их концентрация высока, диффундируют в полупроводник *n*- типа, где их нет, а электроны – наоборот (из полупроводника *n*- типа в полупроводник *p – типа*), создавая ток диффузии через *p-n переход*. В области контакта полупроводников они встречаются и рекомбинируются (взаимно уничтожаются), создавая слева от плоскости контакта отрицательный пространственный заряд ионов, а справа – положительный заряд ионов.

Электрическое поле этих зарядов препятствует движению свободных носителей, и при достижении полем определенного значения ток диффузии прекратится, а между анодом А и катодом К диода возникнет разность потенциалов, нарастающая от анода к катоду.

Если на полупроводниковую структуру (диод) подать напряжение от внешнего источника постоянного напряжения таким образом, что «плюсом» к *n*- полупроводнику, а «минусом» к *p*- полупроводнику, то электроны будут перемещаться к положительному полюсу источника (вправо), а дырки – к отрицательному полюсу источника (влево). Слои пространственного заряда расширятся, и через *p-n переход* будет протекать небольшой ток $I_{обр}$, называемый обратным и обусловленный неосновными носителями заряда. Такое включение принято называть обратным включением диода.

Если полярность источника поменять таким образом, что «плюс» будет подключен к *p* - полупроводнику, а

«минус» к n - полупроводнику, то в этом случае область пространственных зарядов уменьшится до нуля, и через p - n переход будет протекать электрический ток $I_{пр}$, называемый прямым. Такое включение принято называть прямым включением диода.

Область пространственных зарядов называется также p - n переходом и определяет свойства полупроводникового диода.

Особенностью полупроводниковых диодов является зависимость их параметров от температуры. При повышении температуры увеличивается число неосновных носителей, поэтому обратный ток $I_{обр}$ возрастает, а допустимое обратное напряжение $U_{обр}$ уменьшается.

Вентильные свойства полупроводниковых диодов широко используются в выпрямительных устройствах.

6.3. Выпрямительные устройства (выпрямители)

Выпрямителями называются устройства, предназначенные для преобразования напряжения переменного тока в напряжение постоянного тока.

В качестве основных элементов выпрямительных устройств используются полупроводниковые диоды. Именно вентильные свойства полупроводниковых диодов широко используются в выпрямительных устройствах.

В зависимости от числа фаз источника выпрямленного напряжения выпрямители подразделяются на однофазные и трехфазные. Кроме того, выпрямители подразделяются на однополупериодные и двухполупериодные, неуправляемые и управляемые. С помощью неуправляемых выпрямителей получают выпрямленное напряжение неизменной величины. Их применяют для питания большинства электронных устройств, выполненных как на дискретных, так и на интегральных микросхемах. Для питания многих устройств (например в электроприводе) необходимо регулировать

величину выпрямленного напряжения или тока, что осуществимо с помощью управляемых выпрямителей. Чаще других используются однофазные неуправляемые выпрямители.

Принцип работы выпрямителей различного применения и типа следующий.

В однополупериодном выпрямителе положительная полуволна синусоидально изменяющегося напряжения (на рис. 14 обозначена знаком «+») проходит через диод VD, включенный в прямом направлении и сопротивление нагрузки R_n . При этом ток нагрузки протекает через диод в прямом направлении. Отрицательная полуволна подключенного синусоидально изменяющегося напряжения не проходит на нагрузку, так как ток не может протекать через диод в обратном направлении. Иначе говоря, в течении периода T синусоидально изменяющегося через нагрузку протекает только положительный полупериод выходного напряжения U_2 , поэтому выпрямитель называется однополупериодным.

Достоинствами однополупериодных выпрямителей является использование в схемах только одного диода и возможность работы без трансформатора в случае, когда выпрямленное напряжение равно амплитуде входного напряжения U_1 .

Недостатком является подмагничивание сердечника трансформатора постоянным выпрямленным током нагрузки i_n , который протекает через вторичную обмотку трансформатора в одном направлении, что приводит к необходимости увеличивать сечение сердечника, габаритов, массы и стоимости трансформатора.

Другим недостатком является высокий уровень пульсаций выпрямленного напряжения относительно его среднего значения $U_{ср}$. Для снижения пульсаций в схеме часто применяют фильтр в виде конденсатора емкостью C . При

больших значениях емкости фильтра значение выпрямленного напряжения будет примерно равно амплитуде напряжения U_2 .

В мостовой схеме двухполупериодного выпрямителя на сопротивлении нагрузки в течении периода колебаний T проходят две полуволны напряжения U_2 , поэтому выпрямитель называется двухполупериодным. Действительно, как при положительной полуволне U_2 , так и при отрицательной полуволне U_2 ток нагрузки i_n проходит через сопротивление R_n в одном направлении по цепи, в которую включены в прямом направлении два из четырех диода. Падение напряжения на диодах пренебрежительно мало (менее 1 В), поэтому практически все напряжение U_2 оказывается приложенным к сопротивлению нагрузки R_n .

При отрицательной полуволне U_2 ток нагрузки i_n протекает по цепи через сопротивление R_n в том же направлении, и снова все напряжение u_2 оказывается приложенным к сопротивлению нагрузки R_n . Таким образом, все полуволны напряжения U_2 участвуют в формировании выпрямленного напряжения U_n .

Достоинствами мостовой схемы выпрямителя являются:

- 1) Отсутствие подмагничивания сердечника трансформатора, так как ток i_n проходит через вторую обмотку периодически в разных направлениях, что приводит к меньшему сечению сердечника, габаритов, массы и стоимости трансформатора;

- 2) Амплитуда пульсаций меньше, чем у однополупериодного;

- 3) Частота пульсаций в два раза больше, чем у однополупериодного выпрямителя, что позволяет уменьшить емкость, а следовательно и стоимость фильтра;

4) Возможность работы без трансформатора в случае, когда выпрямленное напряжение равно амплитуде входного напряжения u_1 ;

5) Значение обратного напряжения на диодах в два раза меньше, чем у однополупериодного выпрямителя.

Недостатком мостовой схемы выпрямителя является использование четырех диодов.

Двухполупериодный выпрямитель с выводом средней точки трансформатора параметрам приближается к выпрямителю с мостовой схемой выпрямления. Формы выпрямленного напряжения у него такие же. В данном выпрямителе обе полуволны периода колебаний напряжения U_2 участвуют в формировании выпрямленного напряжения U_n , поэтому он называется двухполупериодным.

Достоинства выпрямителя с выводом средней точки трансформатора такие же, как первые три у двухполупериодного выпрямителя с мостовой схемой. Кроме того, он имеет два диода, а не четыре, как у мостового выпрямителя.

К недостаткам этого выпрямителя по сравнению с мостовым относятся:

1) Невозможность работы без трансформатора, так как для его работы требуется два противофазных напряжения;

2) Обратное напряжение на диодах в два раза больше, чем у мостового выпрямителя, и такое же, как у двухполупериодного выпрямителя;

3) Трансформатор будет несколько дороже, так как имеет две вторичные обмотки, на создание которых требуется больше медного провода.

6.4. Транзисторы

Транзисторы представляют собой полупроводниковые приборы, служащие для усиления мощности электрических сигналов. По принципу действия транзисторы делятся на биполярные и полевые.

Устройство биполярных транзисторов основано на явлениях взаимодействия двух близко расположенных *p-n* переходов. Различают плоскостные и точечные биполярные транзисторы. Переходы в точечных транзисторах имеют малую площадь и аналогичны по конструкции переходам в точечных диодах. Такие транзисторы не получили распространения.

Плоскостной транзистор представляет собой трехслойную структуру, в которой слой полупроводника *n* – типа находится между двумя слоями полупроводника *p* – типа. Такая трехслойная структура характерна для транзистора *p – n – p* типа. Расположение слоя полупроводника *p* – типа между двумя слоями полупроводника *n* – типа используется в транзисторах *n – p – n* типа.

Транзистор называется биполярным потому, что физические процессы в нем связаны с движением носителей зарядов обоих знаков (свободных электронов и дырок).

Средний слой транзистора называется базой, крайние слои – соответственно коллектором и эмиттером. Каждый слой имеет вывод, с помощью которых транзистор подключается в цепь. В зависимости от напряжения между выводами транзистор работает в четырех режимах:

Активный режим, в котором переход эмиттер – база включен в прямом направлении, а переход коллектор – база – в обратном;

Инверсный режим, в котором переход эмиттер – база включен в обратном направлении, а переход коллектор – база включен в прямом;

Режим **отсечки**, в котором оба перехода включены в обратном направлении;

Режим **насыщения**, в котором оба перехода включены в прямом направлении.

6.5. Тиристоры

Тиристор – полупроводниковый прибор с двумя устойчивыми состояниями, имеющий три и более перехода, который может быть переключен из закрытого состояния в открытое или наоборот. Наиболее распространена структура тиристора с четырьмя чередующимися слоями полупроводников *p* – и *n* – типов.

Различают управляемые и неуправляемые тиристоры. Последние называют диодными тиристорами и аналогично полупроводниковым диодам с одним переходом имеют два вывода – анодный и катодный. Управляемые тиристоры кроме анодного и катодного выводов имеют еще вывод управляющего электрода (УЭ).

Список рекомендованной литературы

1. Иванов И.И. Электротехника и основы электроники: учебник для студентов вузов: /И.И.Иванов, Г.И.Соловьев, В.Я.Фролов. – 7-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург: Москва: Краснодар: Лань, 2012.-736 с.: ил. – (Учебник для вузов).- ISBN 978-5-8114-0523-7.

2. Новожилов О.П..Электротехника и электроника: учебник для бакалавров: /О.П.Новожилов— 2-е изд. исправ. и доп. Москва: Юрайт, 2013.-653 с.–(Бакалавр. Базовый курс).- Библиогр.: с. 632-635.- с. Пред.указ.: с. 636-648.- ISBN 978-5-9916-12016-1.

3. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. – 8-е изд., стер.- СПб. [и др.]: Лань, 2010. – 592 с.

4. Теоретические основы электротехники. Учебник (ГРИФ) //Лоторейчук Е.А. - М.: ИД “ФОРУМ”: ИНФРА-М, 2010. - 320 с.

5. Жаворонков М.А. Электротехника и электроника: учеб. пособие для студ. Учреждений высш. проф. образования/ М.А. Жаворонков, А.В. Кузин.- 4-е изд., испр. – М.: Академия, 2011. – 400 с. – (Сер. Бакалавриат).

Список использованной литературы

1.Общая электротехника и электроника: методические указания к самостоятельной работе по выполнению контрольной работы (дополненное и переработанное)/Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инж. ин-т; Сост.: Е.И.Гаршина, - Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2017 - 42 с.

2. Теоретические основы электротехники: методические указания к самостоятельной работе по выполнению контрольной работы /Новосиб. гос. аграр. ун-т /Е.И.Гаршина. – Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2018. – 48 с.

3. Основы электротехники: Тетрадь лабораторных работ/Новосиб. гос. аграр. ун-т /Е.И.Гаршина, М.М.Федорова – 6-ое изд-ие, перераб. и доп.-Новосибирск: Изд-во НГАУ, 2017. – 18 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
ТЕМА 1. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ	
ПОСТОЯННОГО ТОКА	5
1.1. Основные сведения	5
1.2. Методы расчета электрических цепей	
постоянного тока	7
1.2.1. Расчет простых электрических цепей	
методом свертывания (метод эквивалентного	
сопротивления)	7
1.2.2. Алгоритм расчета сложных электрических	
цепей методом контурных токов	9
1.2.2. Задание 1.1. Расчет простых электрических	
цепей постоянного тока методом свертывания	14
1.2.3. Задание 1.2. Расчет сложных электрических	
цепей постоянного тока методом контурных токов	20
1.2.4. Пример решения задания 1.2.	24
ТЕМА 2. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ	
ПЕРЕМЕННОГО ТОКА	30
2.1. Основные сведения	30
2.2. Представление синусоидальных величин	
вращающимися векторами	31
2.3. Представление синусоидальных величин	
вращающимися векторами на плоскости	
комплексных чисел	33
2.3.1. Комплексные числа и действия с ними	33
2.3.2. Цепь с активным сопротивлением	35
2.3.3. Цепь с идеальной индуктивностью	37
2.3.4. Цепь с идеальным конденсатором (емкостью)	39

2.3.5.Цепь с активным сопротивлением и индуктивностью (цепь с реальной индуктивностью)	41
2.3.6.Цепь с активным сопротивлением и конденсатором	44
2.3.7.Неразветвленная цепь с последовательным соединением R, L, C	48
2.3.8.Разветвленная цепь со смешанным соединением R, L, C	52
2.3.9.Коэффициент мощности	55
2.3.10.Задание 2. Расчет электрических цепей однофазного переменного тока	56
2.3.11.Пример решения задания 2	62
ТЕМА 3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ	68
3.1.Основные сведения	68
3.2.Трехфазный генератор	69
2.3.1. Способы соединения фазных обмоток статора	70
2.3.2. Способ соединения фазных обмоток статора источника способом «звезда»	71
2.3.3. Способ соединения фазных обмоток статора источника способом «треугольником»	73
3.3. Соединение источник- потребитель по способу «звезда - звезда»	75
3.4.Соединение источник- потребитель по способу «звезда -треугольник»	77
3.5.Мощность в трехфазной цепи	79
3.6.Задание 3. Расчет трехфазной четырехпроводной цепи переменного тока	81
3.7.Пример решения задания 3	87

ТЕМА 4. ТРАНСФОРМАТОРЫ	91
4.1. Назначение трансформатора	91
4.2. Устройство и принцип работы однофазного трансформатора	91
4.3. Режимы работы трансформаторов	94
4.3.1. Опыт холостого хода	95
4.3.2. Опыт короткого замыкания	95
4.4. Внешняя (нагрузочная) характеристика трансформатора	97
ТЕМА 5. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА	98
5.1. Основные сведения	98
5.2. Конструкция асинхронного электродвигателя	99
5.3. Работа 3-х фазного асинхронного двигателя	100
5.3.1. Вращающееся магнитное поле статора	101
5.3.2. Принцип работы 3-х фазного асинхронного двигателя	102
5.3.3. Регулирование скорости вращения 3-х фазного асинхронного двигателя	104
5.3.5. Условия эксплуатации и режимы работы асинхронного двигателя	105
5.4. Основные режимы работы электропривода	106
5.5. Расчет мощности и выбор типа двигателя электропривода, работающего в различных режимах	107
ТЕМА 6. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ	110
6.1. Общие сведения о полупроводниковых приборах	110
6.2. Свойства полупроводникового диода	114
6.3. Выпрямительные устройства (выпрямители)	116
6.4. Транзисторы	119
6.5. Тиристоры	120

Список рекомендуемой литературы	121
Список используемой литературы	122
Содержание	123
Приложение 1	127

ПРИЛОЖЕНИЕ

Решение системы трех линейных уравнений с помощью определителей

Определение: матрица вида

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_2 b_1 c_3 - a_1 b_3 c_2 - a_3 b_2 c_1$$

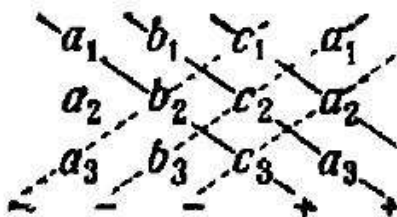
называется определителем третьего порядка.

Числа $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ называются *элементами* определителя.

Элементы a_1, b_2, c_3 образуют *главную диагональ* определителя, а элементы c_1, b_2, a_3 – его *побочную диагональ*.

Простое правило для запоминаний этого выражения:

запишем еще раз все элементы определителя, приписав к ним снова первый и второй столбцы:



Со знаком плюс берем произведение элементов, стоящих на главной диагонали определителя, а также на двух параллелях к ней, содержащих по три

элемента (на рисунке они перечеркнуты сплошной линией).

Со знаком минус берем произведения элементов, стоящих на побочной диагонали и на двух параллелях к ней, содержащие по три элемента (на рисунке они перечеркнуты пунктиром).

Решение системы линейных уравнений с помощью определителей можно записать так (*формулы Крамера*):

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2 = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3 = d_3 \end{cases}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}.$$

Определитель, стоящий в знаменателе, называется главным определителем системы уравнений. Естественно, вышеприведенные формулы применимы только в том случае, если главный определитель отличен от нуля.

Пример.. Решить систему

$$\begin{cases} 2x - y - z = 7, \\ x + y - 2z = 2, \\ x - y - 3z = -2. \end{cases}$$

Имеем

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 7 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix}} = \frac{-21 + 2 - 4 - 6 - 14 - 2}{-6 + 1 + 2 - 3 - 4 - (-1)} = \frac{-45}{-9} = 5.$$

После этого сводим решение исходной системы к решению системы с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} 5 + y - 2z = 2, \\ 5 - y - 3z = -2. \end{cases}$$

Решив ее, получим $x = 5, y = 1, z = 2$.

$$\begin{cases} 3x - y + 4z = 15, \\ x + 3y + z = 18, \\ 2z + y - 3z = 11. \end{cases}$$

Составитель:
Гаршина Елена Ивановна

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Учебное пособие

Редактор *М.Г. Девященко*
Компьютерная верстка *В.Н. Зенина*

Подано в печать «__» _____ 2018 г. Формат 60x84 ¹/₁₆
Объем 3 уч.-изд. л., 3 усл. печ. л.
Тираж 10 экз. Изд №__ Заказ ____

Отпечатано в Издательском центре НГАУ «Золотой колос»
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160, кааб. 106.
Тел./факс (383) 267-09-10. E-mail: 2134539@mail.ru