

**ФГБОУ ВО Новосибирский ГАУ**

**Инженерный институт**

## **МЕХАНИКА**

**задания и методические указания  
для контрольной  
и самостоятельной работы**

**Новосибирск 2024**

**Кафедра теоретической и прикладной механики**

УДК 621.833.15

ББК 34.445

Составители: канд. тех. наук, доцент **Е.А. Пшенов**  
канд. тех. наук, доцент **И.В. Тихонкин**  
канд. тех. наук, доцент **С.А. Булгаков**

Рецензент: канд. тех. наук, проф. **М.Н. Мефодьев**

**Механика:** задания и методические указания для контрольной и самостоятельной работы / Новосиб. гос. аграр. ун-т. Инженер. ин-т; сост.: Е.А. Пшенов, И.В. Тихонкин, С.А. Булгаков – Новосибирск, 2024. – 24 с.

Методические указания предназначены для студентов по направлениям подготовки:

**Продукты питания животного происхождения**  
**Технология общественного питания**  
**Биотехнология**

Утверждены и рекомендованы к изданию методическим советом Инженерного института (протокол № \_ от \_\_ сентября 2024 г.).

Составители:

**Пшенов Евгений Александрович**  
**Тихонкин Игорь Васильевич**  
**Булгаков Сергей Алексеевич**

**Механика**

**задания и методические указания для  
контрольной и самостоятельной работы**

Редактор Н.К. Крупина

Компьютерная вёрстка Е.А. Пшенов

Подписано в печать \_\_ сентября 20\_\_ г.

Формат 84×108/32. Объем 1,5 уч.-изд. л

Тираж 50 экз. Изд. № . Заказ №

Отпечатано в мини-типографии Инженерного института  
630039, г. Новосибирск, ул. Никитина, 147

## Содержание

Введение	Стр. 3
1. Задания контрольной работы	4
2. Методические указания по выполнению контрольной работы (с примерами)	12
Библиографический список	21

## Введение

Изучение учебного материала должно предшествовать выполнению контрольной работы. Следует придерживаться такой последовательности изучения материала:

- ознакомиться с содержанием программы и подобрать рекомендованную учебную литературу;
- внимательно и вдумчиво прочитать материал всей темы (не производя выводов и доказательств),
- разобраться в основных понятиях, определениях, законах правилах, следствиях и в их логической взаимосвязи;
- тщательно и подробно изучить материал, конспектируя основные положения, определения, доказательства и правила;
- закрепить усвоение материала путем разбора решенных задач, приведенных в учебной литературе, а также самостоятельным решением возможно большего числа задач.

Приступая к решению задач, следует предварительно повторить и вопросы ранее изученных тем, касающиеся содержания данной задачи.

После того, как материал задания изучен, можно приступать к выполнению контрольной работы.

Задачи, представленные в контрольных работах, даны в последовательности тем программы и поэтому должны решаться постепенно, по мере изучения материала.

Каждый обучающийся должен выполнить контрольную работу, состоящую из пяти задач. Вариант контрольного задания определяется шифром студента. Задачи для контрольной работы приведены в таблицах и на рисунках данного пособия и выбираются студентами в соответствии со своим шифром.

## 1. ЗАДАНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

### Задание 1. Определение реакции опор двухопорной балки

Определить реакции опор двухопорной балки в соответствии с рисунком 1. Данные своего варианта взять из таблицы 1.

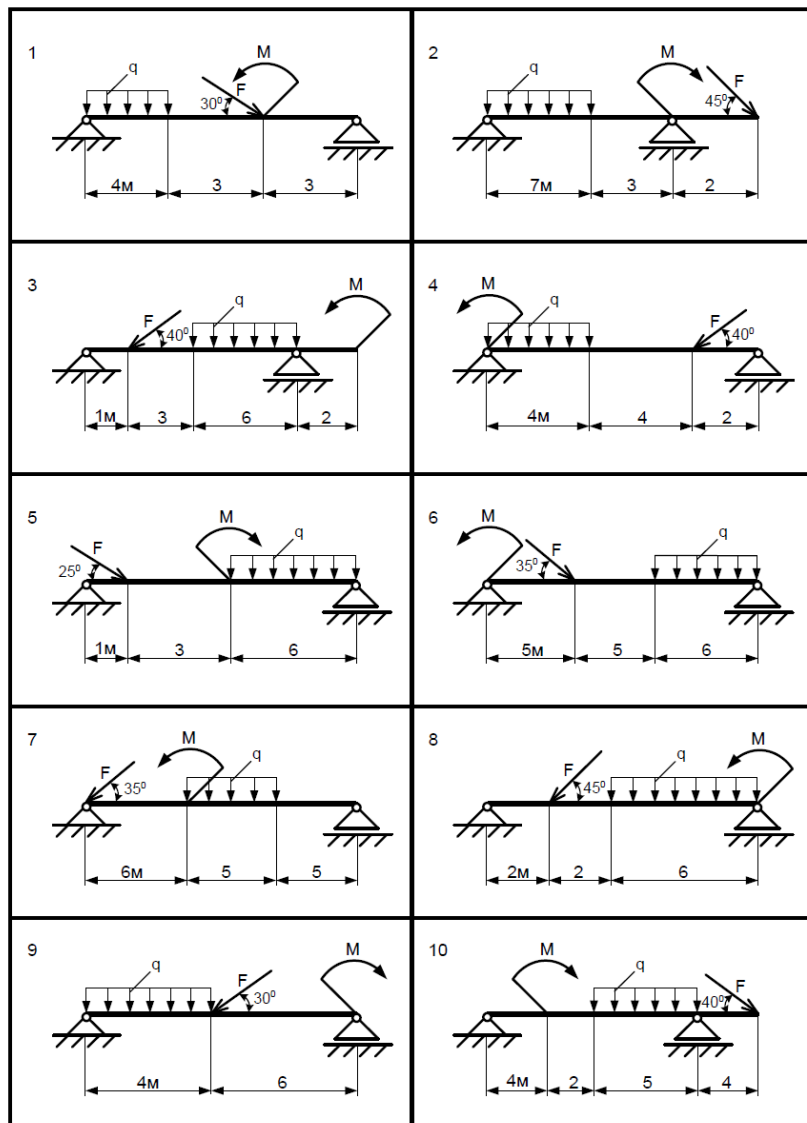


Рисунок 1 – Схемы для выполнения задания 1

## ЛИТЕРАТУРА

1. Жуков, В.А. Механика. Основы расчёта и проектирования деталей машин: учебное пособие / В.А. Жуков, Ю.К. Михайлов. – Москва: ИНФРА-М, 2020. – 349 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-009218-8. – Текст: электронный. (ЭБС)
2. Прикладная механика: учебное пособие / В.Т. Батиенков, В.А. Волосухин, С.И. Евтушенко [и др.]. – 2-е изд., доп. и перераб. – Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2023. – 339 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-369-01660-2. – Текст: электронный. (ЭБС)
3. Механика: учебное пособие / В.И. Батиенков, В.А. Волосухин, С.И. Евтушенко, В.А. Лепихова. – Москва: РИОР: ИНФРА-М, 2020. – 512 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-369-00757-0. – Текст: электронный. (ЭБС).
4. Прикладная механика: учебник: в 2 частях. Часть 1. Основы расчета, проектирования и моделирования механизмов / А.Н. Соболев, А.Я. Некрасов, А.Г. Схиртладзе, Ю.И. Бровкина. – Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2024. – 224 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-906818-58-4. – Текст: электронный. (ЭБС).
5. Прикладная механика: учебник: в 2 частях. Часть 2. Основы структурного, кинематического и динамического анализа механизмов / А.Н. Соболев, А.Я. Некрасов, Ю.И. Бровкина, А.Г. Схиртладзе. – Москва: КУРС: ИНФРА-М, 2024. – 160 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-906818-57-7. – Текст: электронный. (ЭБС).
7. Олофинская, В.П. Техническая механика. Сборник тестовых заданий: учебное пособие / В.П. Олофинская. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: ИНФРА-М, 2023. — 132 с. - ISBN 978-5-16-016753-4. - Текст : электронный. (ЭБС).

2. Определяем значения поперечной силы  $Q_y$  и строим эпюру.

1 участок:  $Q_{y1} = -F_2$ ;  $Q_{y1} = -1$  кН;

2 участок:  $Q_{y2} = -F_2 + F_1$ ;  $Q_{y2} = -1 + 2 = 1$  кН.

3. Определяем значения изгибающих моментов  $M_x$  в характерных сечениях и строим эпюру  $M_x$  (рисунок 10).

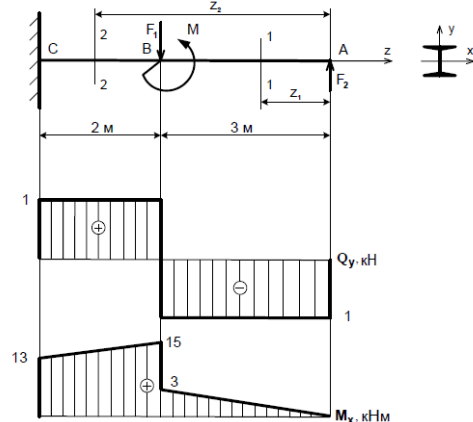


Рисунок 10 – К расчету балки

1 участок:

$$M_{x1} = F_2 \cdot z_1$$

при  $z_1 = 0$ ;  $M_{xA} = 0$ ;

при  $z_1 = 3$  м;  $M_{xB} = 3$  кН·м.

2 участок:

$$M_{x2} = F_2 \cdot z_2 - F_1 \cdot (z_2 - 3) + M$$

при  $z_2 = 3$  м;  $M_{xB} = 15$  кН·м;

при  $z_2 = 5$  м;  $M_{xC} = 13$  кН·м.

4. Исходя из эпюры изгибающих моментов, определим  $M_{\max}$

$$M_{\max} = 15 \text{ кН·м} = 15 \cdot 10^6 \text{ мм·Н}$$

5. Вычисляем осевой момент сопротивления сечения, исходя из условия прочности:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}; \quad W_x = \frac{15 \cdot 10^6}{160} = 93750 \text{ мм}^3 = 93,75 \text{ см}^3;$$

В соответствии с ГОСТ 8239-72 выбираем двутавр №16,  $W_{\text{таб}} = 109 \text{ см}^3$ .

Вычисляем недогрузку  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{|W_x - W_{\text{таб}}|}{[W_{\text{таб}}]} \cdot 100\%;$$

$$\Delta = \frac{93,75 - 109}{109} \cdot 100\% = 14\%.$$

Ответ: Двутавр №16.

Таблица 1. Варианты к заданию №1

Последняя цифра шифра	№ схемы	Интенсивность распределенной нагрузки, $q$ , кН/м	Предпоследняя цифра шифра	Сила, $F$ , кН	Момент, $M$ , кН·м
0	1	4	0	9	12
1	2	6	1	12	14
2	3	8	2	14	16
3	4	5	3	16	18
4	5	3	4	17	20
5	6	7	5	15	22
6	7	10	6	19	24
7	8	1	7	13	26
8	9	2	8	10	28
9	10	9	9	18	30

Задание 2. Центр тяжести

Вычислить координаты центра тяжести плоской сложной фигуры. Исходные данные необходимые для выполнения лабораторной работы своего варианта необходимо выбрать в соответствии с рисунком 2 и из таблицы 2.

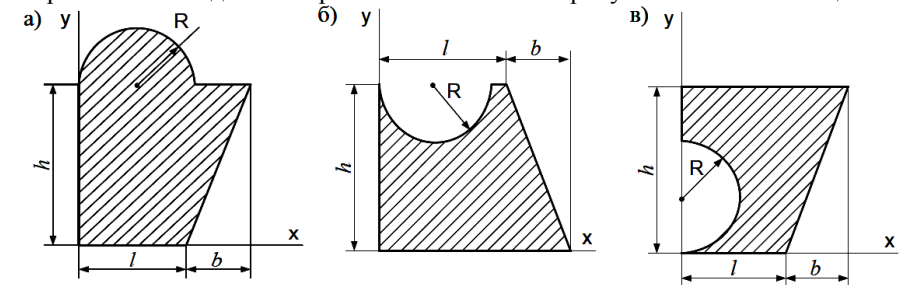


Рисунок 2 – Схемы для выполнения задания 2

Таблица 2. Варианты к заданию №2

Последняя цифра шифра	№ схемы	$R$	Предпоследняя цифра шифра	$h$	$l$	$b$
0	a	12	0	20	20	9
1	б	14	1	30	30	15
2	в	20	2	25	25	27
3	в	10	3	35	26	30
4	б	16	4	45	34	12
5	a	18	5	50	24	33
6	б	13	6	65	36	24
7	a	15	7	60	40	27
8	в	11	8	24	28	18
9	a	17	9	36	22	21

Задание 3. Растяжение и сжатие

Двухступенчатый стальной брус в соответствии с рисунком 3 нагружен силами  $F_1, F_2, F_3$ . Построить эпюры продольных сил  $N_z$  и нормальных напряжений  $\sigma$  по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса, приняв  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Числовые значения  $F_1, F_2, F_3$ , а также площади поперечных сечений ступеней  $A_1$  и  $A_2$  для своего варианта взять из таблицы 3.

1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

Рисунок 3 – Схемы для выполнения задания 3

Таблица 3. Варианты к заданию №3

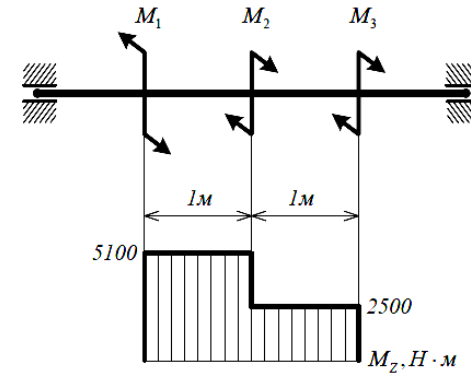


Рисунок 9 – К расчету вала

Из условия прочности:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{zmax}}{\pi \cdot [\tau_K]}} \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 30}} = 95,3 \text{ мм}.$$

Из условия жесткости:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{zmax}}{\pi \cdot G \cdot [\varphi_0]}} \quad d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,02 \cdot 10^{-3}}} = 75,5 \text{ мм}$$

Ответ: Требуемый диаметр вала получился больше из расчета на прочность, поэтому его принимаем как окончательный:  $d = 96 \text{ мм}$ .

## 2.6. Задание 5 по теме «Изгиб»

### 2.6.1. Рекомендуемая последовательность решения задания 5

1. Определить опорные реакции.
2. Балку разделить на участки по характерным сечениям.
3. Определить вид эпюры поперечных сил на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить поперечные силы в характерных сечениях и построить эпюры поперечных сил.
4. Определить вид эпюры изгибающих моментов на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить изгибающие моменты в характерных сечениях и построить эпюры изгибающих моментов.
5. Для данной балки, имеющей по всей длине постоянное поперечное сечение, выполнить проектный расчет, т.е. определить  $W_x$  в опасном сечении, где изгибающий момент имеет наибольшее по модулю значение.

### 2.5.2. Пример 5.

Для заданной консольной балки (рисунок 10) построить эпюры  $Q_y$ ,  $M_x$  и подобрать двутавровое сечение, если:

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}, F_1 = 2 \text{ кН}, F_2 = 1 \text{ кН}, M = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Решение

1. Делим балку на участки по характерным сечениям А, В, С

3. Пользуясь методом сечений, построить эпюру крутящих моментов по длине вала.

4. Для участка вала, в котором возникает наибольший крутящий момент, определить диаметр вала круглого или кольцевого сечения:

а) из условия прочности

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_z}{\pi \cdot [\tau_K]}}$$

Сечение вала - круг:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_z}{\pi \cdot (1 - c^4) \cdot [\tau_K]}}$$

Сечение вала - кольцо:

б) из условия жесткости

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot J_\rho}{\pi}}$$

Сечение вала - круг:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot J_\rho}{\pi \cdot (1 - c^4)}}$$

Сечение вала - кольцо:

Из двух полученных диаметров вала выбрать наибольший.

**2.5.2. Пример 4.** Для стального вала круглого поперечного сечения постоянного по длине, показанного на рисунке 9, требуется:

1) определить значения моментов  $M_2$ ,  $M_3$ , соответствующие передаваемым мощностям  $P_2$ ,  $P_3$ , а также уравнивающий момент  $M_1$ ;

2) построить эпюру крутящих моментов;

3) определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость, если:  $[\tau_K] = 30$  МПа;  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м;  $\omega = 20$  с<sup>-1</sup>;  $P_2 = 52$  кВт;  $P_3 = 50$  кВт;  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

Окончательное значение диаметра округлить до ближайшего четного (или оканчивающего на пять) числа.

Решение

1. Определяем величины скручивающих моментов  $M_2$  и  $M_3$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega}; \quad M_2 = \frac{52 \cdot 10^3}{20} = 2600 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega}; \quad M_3 = \frac{50 \cdot 10^3}{20} = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Определяем уравнивающий момент  $M_1$

$$\sum M_z = 0; -M_1 + M_2 + M_3 = 0;$$

$$M_1 = M_2 + M_3; M_1 = 2600 + 2500 = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

3. Строим эпюру  $M_z$  в соответствии с рисунком 9.

4. Определяем диаметр вала для опасного участка, из условий прочности и жесткости ( $M_{z\max} = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ).

Схема в соответствии с рисунком 3	Вариант	Сила, кН			Площадь поперечного сечения, см <sup>2</sup>	
		F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>
1	01	30	10	5	1,8	3,2
	11	16	15	10	1,1	1,8
	21	17	13	8	1,0	2,2
2	30	11	6	2	1,1	1,6
	10	12	5	3	1,0	1,5
	20	18	10	5	1,9	2,7
3	02	16	25	28	1,2	3,8
	12	8	13	14,5	0,6	2,1
	23	15	24	29	1,3	3,9
4	03	26	9	3	1,9	1,6
	13	14	5	1,5	1,0	0,7
	22	24	10	3,5	2,0	1,7
5	05	14	16	10	2,1	1,9
	15	17	19	13	2,4	2,1
	25	20	18	12	2,5	2,2
6	04	28	22	12	4,8	2,6
	14	19	14	4	2,9	1,8
	24	26	20	10	4,6	2,4
7	07	17	13	8	2	2,5
	17	20	17	10	2,2	2,7
	27	14	10	6	1,7	2,3
8	06	10	12	13	0,9	0,7
	16	17	19	20	1,6	1,4
	26	9	11	12	1,0	0,8
9	09	40	55	24	2,8	3,4
	19	31	46	20	1,9	2,5
	29	25	41	18	1,6	2,1
10	08	29	2	54	1,9	1,4
	18	15	1,1	34	0,8	0,5
	28	30	4	56	2,0	1,5

#### Задание 4. Кручение

Для стального вала постоянного поперечного сечения в соответствии с рисунком 4

- определить значения моментов  $M_1, M_2, M_3, M_4$ ;

- определить диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость.

Принять  $[\tau_k] = 30 \text{ МПа}$ ,  $[\varphi_0] = 0,02 \text{ рад/м}$ .

Данные своего варианта взять из таблицы 4.

Окончательно принимаемое значение диаметра вала должно быть округлено до ближайшего большего четного или оканчивающегося на пять числа.

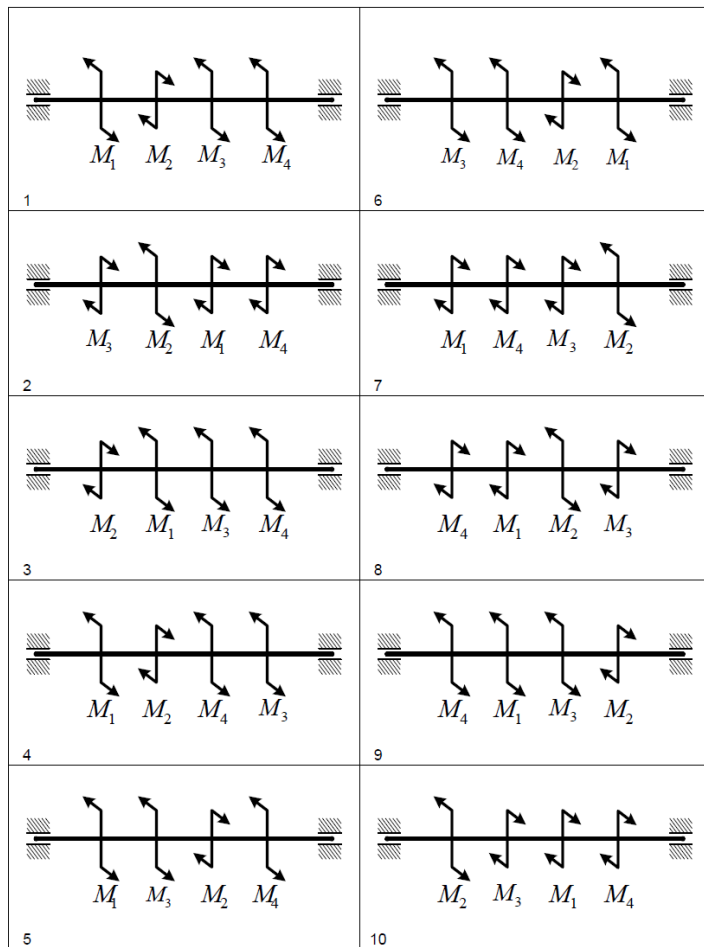


Рисунок 4 – Схемы для выполнения задания 4

Таблица 4 – Данные для выполнения задания 4

$$\sigma_1 = \frac{N_{z1}}{A_1};$$

$$\sigma_1 = 0;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_{z2}}{A_1};$$

$$\sigma_2 = \frac{30 \cdot 10^3}{1.9 \cdot 10^2} = 158 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 158 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_{z3}}{A_2};$$

$$\sigma_3 = \frac{30 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^2} = 96,8 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 96,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_{z4}}{A_2};$$

$$\sigma_4 = \frac{-8 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^2} = -25,8 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = -25,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_5 = \frac{N_{z5}}{A_2};$$

$$\sigma_5 = \frac{-50 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^2} = -161,3 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = -161,3 \text{ МПа}.$$

Строим эпюру нормальных напряжений в соответствии с рисунком 14.

4. Определяем перемещение свободного конца  $\Delta l$ , мм, по формуле

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 + \Delta l_5$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_{z1} \cdot l_1}{A_1 \cdot E};$$

$$\Delta l_1 = 0;$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_{z2} \cdot l_2}{A_1 \cdot E};$$

$$\Delta l_2 = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 0.5 \cdot 10^3}{1.9 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0.394 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_{z3} \cdot l_3}{A_2 \cdot E};$$

$$\Delta l_3 = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 0.1 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0.0484 \text{ мм};$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_{z4} \cdot l_4}{A_2 \cdot E};$$

$$\Delta l_4 = \frac{-8 \cdot 10^3 \cdot 0.4 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5} = -0.0516 \text{ мм};$$

$$\Delta l_5 = \frac{N_{z5} \cdot l_5}{A_2 \cdot E};$$

$$\Delta l_5 = \frac{-50 \cdot 10^3 \cdot 0.2 \cdot 10^3}{3.1 \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^5} = -0.161 \text{ мм};$$

$$\Delta l = 0 + 0,394 + 0,0484 - 0,0516 - 0,161 = 0,23 \text{ мм}.$$

Ответ: Брус удлинился на 0,23 мм.

#### 2.5. Задание 4 по теме «Кручение»

##### 2.5.1. Последовательность решения задачи 4

1. Определить внешний скручивающий момент  $M$ , Н·м, по формуле

$$M = \frac{P}{\omega},$$

где  $P$  – мощность, Вт;

$\omega$  – угловая скорость,  $\text{с}^{-1}$ .

2. Определить уравнивающий момент, используя уравнение равновесия  $\sum M_{kz} = 0$ , так как при равномерном вращении вала алгебраическая сумма приложенных к нему внешних скручивающих (вращающих) моментов равна нулю.



4. Перемещение свободного конца бруса определить как сумму удлинений (укорочений) участков бруса, вычисленных по формуле Гука.

5. Произвести проверку прочности.

**2.4.2. Пример 3.** Для данного стального ступенчатого бруса в соответствии с рисунком 8 построить эпюру продольных сил  $N_z$  и нормальных напряжений  $\sigma$ ; определить перемещение свободного конца  $\Delta l$ .

Дано:  $F_1 = 30 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 38 \text{ кН}$ ;  $F_3 = 42 \text{ кН}$ ;  $A_1 = 1,9 \text{ см}^2$ ;  $A_2 = 3,1 \text{ см}^2$ .

Решение

1. Разбиваем брус на участки 1, 2, 3, 4, 5.

2. Применяя метод сечений, определяем значения продольных сил  $N_z$ ,  $N$ , на участках бруса

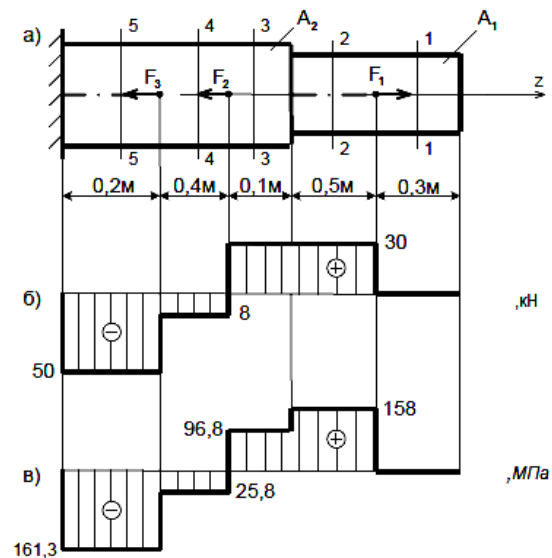


Рисунок 8 – К расчету двухступенчатого бруса

$$\begin{aligned}
 N_{z1} &= 0; & N_{z1} &= 0 \\
 N_{z2} &= F_1; & N_{z2} &= 30 \text{ кН} = 30 \cdot 10^3 \text{ Н}; \\
 N_{z3} &= F_1; & N_{z3} &= 30 \text{ кН} = 30 \cdot 10^3 \text{ Н}; \\
 N_{z4} &= F_1 - F_2; & N_{z4} &= 30 - 38 = -8 \text{ кН} = -8 \cdot 10^3 \text{ Н}; \\
 N_{z5} &= F_1 - F_2 - F_3; & N_{z5} &= -8 - 42 = -50 \text{ кН} = -50 \cdot 10^3 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Строим эпюру продольных сил  $N_z$  в соответствии с рисунком 8.

3. Вычисляем значения нормальных напряжений  $\sigma$ , МПа, по формулам:

Схема в соответствии с рисунком 4	Вариант	Мощность, кВт			Угловая скорость, с <sup>-1</sup> $\omega$
		P <sub>1</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	
1	25	35	20	15	20
	12	150	10	50	45
	30	40	25	20	25
2	01	130	90	40	45
	13	100	65	25	35
	24	90	45	20	20
3	02	15	10	35	16
	15	75	80	25	40
	27	55	65	25	20
4	03	60	40	20	20
	14	150	10	75	55
	26	95	70	45	35
5	05	100	18	50	20
	17	50	15	25	18
	29	40	12	20	20
6	04	60	15	80	55
	16	45	10	60	30
	28	50	10	75	30
7	07	18	35	40	10
	19	16	30	45	12
	21	20	35	100	25
8	06	20	50	30	10
	18	40	10	55	16
	20	65	14	80	35
9	09	52	10	60	32
	11	30	0	45	15
	23	35	80	50	18
10	08	80	95	75	25
	10	75	12	90	30
	22	42	60	55	18

### Задание 5. Изгиб

Для стальной балки, жестко зашеченной одним концом и нагруженной в соответствии с рисунком 5, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов; подобрать из условия прочности необходимый размер двутавра, приняв  $[\sigma] = 150 \text{ МПа}$ .

Данные своего варианта брать из таблицы 5.

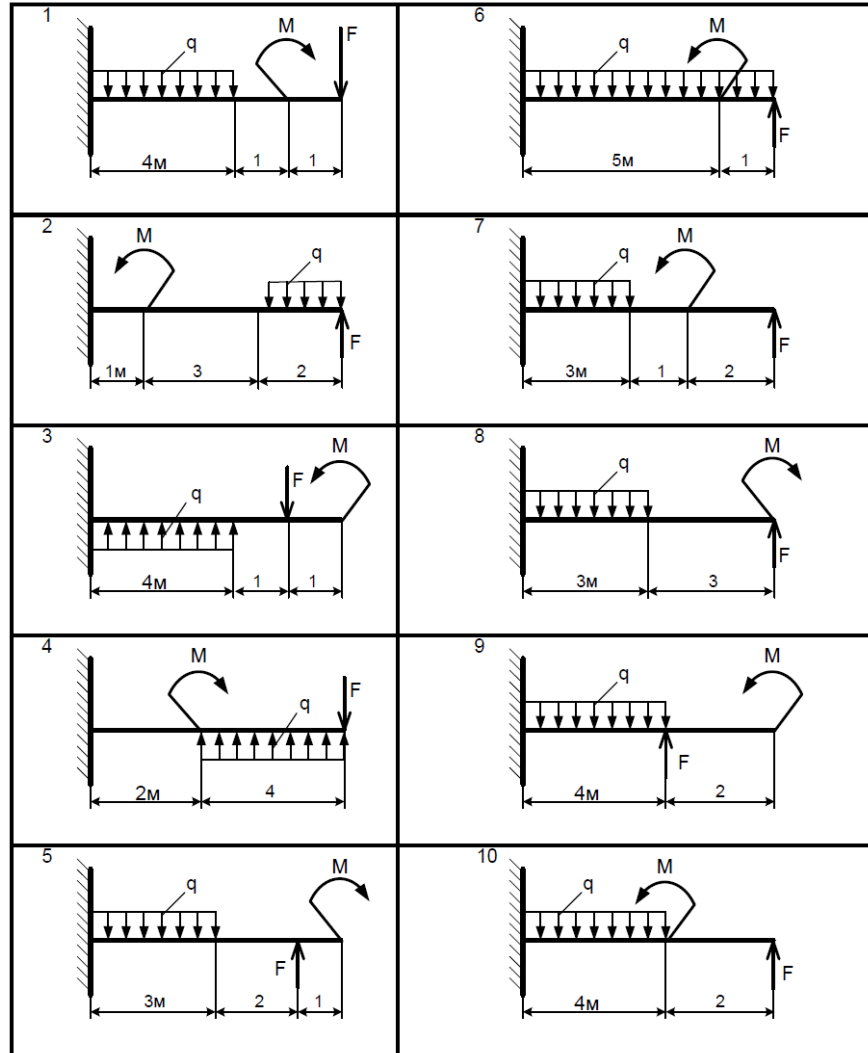


Рисунок 5 – Схемы для выполнения задания 5

3 – треугольник.

3. Определение площадей и координат центров тяжести каждой простой фигуры относительно выбранной системы координат;

$$x_1 = \frac{31}{2} = 15,5 \text{ см}; \quad y_1 = 0;$$

$$A_1 = 31 \cdot 12 = 372 \text{ см}^2;$$

$$x_2 = 8 \text{ см}; \quad y_2 = 0;$$

$$A_2 = -\frac{\pi \cdot d^2}{4}; \quad A_2 = -\frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = -78,5 \text{ см}^2,$$

знак «минус» показывает, что это площадь отверстия.

$$x_3 = 13 + \frac{2}{3} \cdot 12 = 13 + 8 = 21 \text{ см}; \quad y_3 = 0;$$

$$A_3 = -\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9 = -54 \text{ см}^2,$$

знак «минус» у площади показывает, что это площадь отверстия.

4. Определение координат центров тяжести всей фигуры.

$$X_c = \frac{X_1 \cdot A_1 + X_2 \cdot A_2 + X_3 \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3};$$

$$X_c = \frac{15,5 \cdot 372 - 8 \cdot 78,5 - 21 \cdot 54}{372 - 78,5 - 54} = 16,72 \text{ см}; \quad Y_c = 0.$$

Ответ: Координаты центра тяжести плоской фигуры С:

$$X_c = 16,72 \text{ см}, \quad Y_c = 0.$$

### 2.4. Задание 3 по теме «Растяжение и сжатие»

#### 2.4.1. Рекомендуемая последовательность решения задания 3

1. Разбить брус на участки, начиная от свободного конца. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы и места изменения размеров поперечного сечения.

2. Определить по методу сечений продольную силу для каждого участка (ординаты эпюры  $N_z$ ), построить эпюру продольных сил  $N_z$ . Проведя параллельно оси бруса базовую (нулевую) линию эпюры, отложить перпендикулярно ей в произвольном масштабе полученные значения ординат.

Через концы ординат провести линии, проставить знаки и заштриховать эпюру линиями, параллельными ординатам.

3. Для построения эпюры нормальных напряжений определить напряжения в поперечных сечениях каждого из участков. В пределах каждого участка напряжения постоянны, т.е. эпюра на данном участке изображать прямой, параллельной оси бруса.

Координаты центра тяжести всей фигуры  $X_c$  и  $Y_c$  определяют по формулам:

$$X_c = \frac{X_1 \cdot A_1 + X_2 \cdot A_2 + \dots + X_k \cdot A_k}{A_1 + A_2 + \dots + A_k} = \frac{\sum X_K \cdot A_K}{\sum A_K};$$

$$Y_c = \frac{Y_1 \cdot A_1 + Y_2 \cdot A_2 + \dots + Y_k \cdot A_k}{A_1 + A_2 + \dots + A_k} = \frac{\sum Y_K \cdot A_K}{\sum A_K},$$

где  $X_1, X_2, \dots, X_k$  - расстояние от оси  $Y$  до центра тяжести простой фигуры, мм;

$Y_1, Y_2, \dots, Y_k$  - расстояние от оси  $X$  до центра тяжести простой фигуры, мм;

$A_1, A_2, \dots, A_k$  - площадь простой фигуры, мм<sup>2</sup>.

Если сложная фигура имеет отверстие в виде геометрических фигур, то эти площади необходимо ввести в формулу со знаком «минус». Этот метод называется методом отрицательных площадей.

д) показать на чертеже центр тяжести плоской фигуры  $C$ .

**2.2.2. Пример 2.** Определение центра тяжести используя метод отрицательных площадей

Определить положение центра тяжести сложной плоской фигуры.

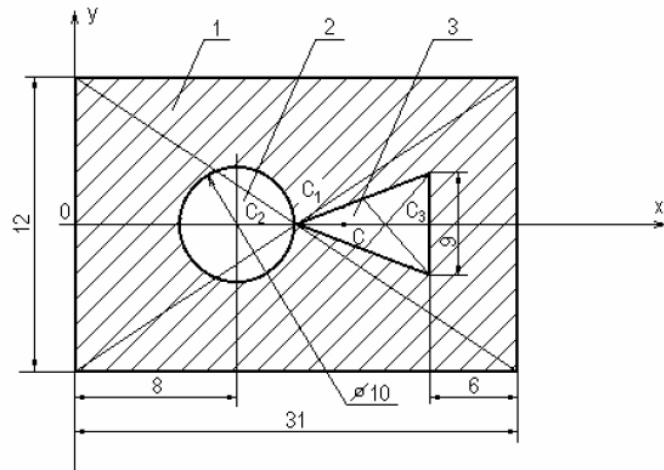


Рисунок 7 – К расчету центра тяжести

Решение

1. Проводим систему координат  $xOy$ .

2. Сложную фигуру разбить на простые. Ее можно разбить на три простые фигуры:

- 1 – прямоугольник;
- 2 – круг;

Таблица 5 - Данные для выполнения задания 5

Схема в соответствии с рисунком 5	Вариант	Сила, кН	Момент, кН·м	Интенсивность распределенной нагрузки, кН / м
		F	M	q
1	30	20	10	10
	13	30	20	20
	27	40	10	20
2	01	10	40	10
	15	30	30	20
	26	40	30	20
3	02	20	10	10
	14	30	10	10
	29	10	10	10
4	03	20	10	10
	17	30	10	10
	28	40	10	20
5	05	10	10	10
	16	10	10	20
	21	20	10	20
6	04	30	10	10
	19	40	10	10
	20	50	10	10
7	07	10	10	10
	18	20	10	10
	23	20	10	20
8	06	10	10	10
	11	20	10	10
	22	20	20	20
9	09	20	10	10
	10	30	10	10
	25	30	10	20
10	08	10	10	10
	12	20	10	10
	24	30	10	10

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (С ПРИМЕРАМИ)

### 2.1. Задание 1 по теме «Определение реакции опор двухопорной балки»

#### 2.1.1. Рекомендуемая последовательность решения задания 1

1. Балку освободить от связей (связи) и их (его) действие заменить силами реакций.

2. Выбрать координатные оси.

3. Составить и решить уравнения равновесия.

Реакции опор можно определить, исходя из трех форм уравнений равновесия:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \sum F_{kx} = 0; & \text{б) } \sum F_{ky} = 0; & \text{в) } \sum M_A = 0; \\ \sum F_{kx} = 0; & \sum M_A = 0; & \sum M_B = 0; \\ \sum M_A = 0; & \sum M_B = 0; & \sum M_C = 0. \end{array}$$

4. Проверить правильность решения задачи. Проверку необходимо производить по тому уравнению равновесия, которое не было использовано при решении данной задачи (задача решена правильно лишь в том случае, если после постановки значений активных и реактивных сил в уравнение равновесия выполняется условие равновесия).

5. Сделать анализ решенной задачи (если при решении задачи реакции опор или реактивный момент получается отрицательным, то их действительное направление противоположно принятому).

#### 2.1.2. Пример 1. Определение опорных реакций двухопорной балки

Определить опорные реакции двухопорной балки в соответствии с рисунком 6, если:

$F_1 = 8 \text{ кН}$ ;  $F_2 = 10 \text{ кН}$ ;  $q = 0,4 \text{ кН/м}$ ;  $M = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ;  $a = 1,5 \text{ м}$ ;  $b = 2 \text{ м}$ ;  $c = 2 \text{ м}$ .

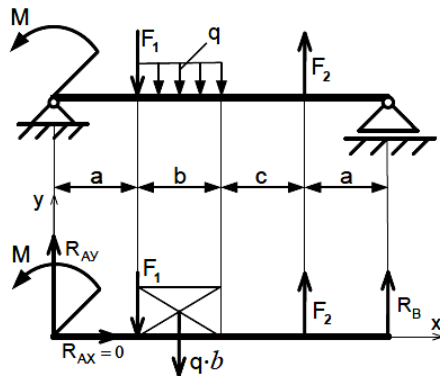


Рисунок 6 – К расчету двухопорной балки

Решение

1. Освобождаем балку от связей (опор), заменив их опорными реакциями.

2. Выбираем расположение координатных осей, совместив ось X с балкой, а ось Y направив перпендикулярно оси X.

3. Составляем уравнения равновесия статики и определяем неизвестные реакции опор.

Напомним, что для плоской системы параллельных сил достаточно двух уравнений равновесия

$$\sum M_A = 0; \sum M_B = 0.$$

$$\sum M_A = -M + F_1 \cdot a + q \cdot b \cdot (a + \frac{b}{2}) - F_2 \cdot (a + b + c) - R_B \cdot (2 \cdot a + b + c) = 0$$

$$R_B = \frac{-M + F_1 \cdot a + q \cdot b \cdot (a + b/2) - F_2 \cdot (a + b + c)}{(2 \cdot a + b + c)}$$

$$R_B = \frac{-5 + 8 \cdot 1,5 + 0,4 \cdot 2 \cdot (1,5 + 2/2) - 10(1,5 + 2 + 2)}{(2 \cdot 1,5 + 2 + 2)} = -6,57 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = F_2 \cdot a - q \cdot b \cdot (a + c + \frac{b}{2}) - F_1 \cdot (a + b + c) - M + R_A \cdot (2 \cdot a + b + c) = 0$$

$$R_A = \frac{-F_2 \cdot a + q \cdot b \cdot (a + c + b/2) + F_1 \cdot (a + b + c) + M}{(2 \cdot a + b + c)}$$

$$R_A = \frac{-10 \cdot 1,5 + 0,4 \cdot 2 \cdot (1,5 + 2 + 2/2) + 8 \cdot (1,5 + 2 + 2) + 5}{(2 \cdot 1,5 + 2 + 2)} = 5,37 \text{ кН}$$

Значение реакции опоры В получено со знаком «минус». Это означает, что  $R_B$  направлена вертикально вниз.

4. Проверка правильности найденных результатов

$$\sum F_{ky} = R_A - F_1 - q \cdot b + F_2 + R_B = 0$$

$$\sum F_{ky} = 5,37 - 8 - 0,4 \cdot 2 + 10 - 6,57 = 0$$

5. Условие равновесия  $\sum F_{ky} = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор  $R_A$  и  $R_B$  найдены верно.

### Задание 2 по теме «Центр тяжести»

#### 2.2.1. Рекомендуемая последовательность решения задания 2

а) в соответствии с заданием начертить чертеж фигуры сложной формы в масштабе  $M_L = 1 \text{ мм/мм}$  и проставить ее размеры (см. рисунок 2). Исходные данные взять из таблицы 2;

б) провести оси координат так, чтобы они охватывали всю фигуру;

в) разбить сложную фигуру на простые части, определить площадь и координаты центра тяжести каждой простой фигуры относительно выбранной системы координат;

г) вычислить координаты центра тяжести всей фигуры аналитическим способом.