ФГБОУ ВО НОВОСИБИРСКИЙ ГАУ

Математическая логика и теория алгоритмов

Методические указания по проведению практических занятий

38.03.01 *Экономика*
38.03.02 *Менеджмент*
38.03.03 *Управление персоналом*
38.03.04 *Государственное и муниципальное управление*

Новосибирск 2021

Рецензент: кандидат техн. наук, доцент С.Н. Бурков

Математическая логика и теория алгоритмов: методические указания по проведению практических занятий / Новосиб. гос. аграр. ун-т; Сост. М.В.Грунина. – Новосибирск, 2021. – 24 с.

Методические указания предназначены для студентов очной и заочной форм обучения по направлениям подготовки: 38.03.01 Экономика; 38.03.02 Менеджмент; 38.03.03 Управление персоналом; 38.03.04 Государственное и муниципальное управление.

Утверждены и рекомендованы к изданию учебно-методическим советом факультета Экономики и управления (протокол №2 от 26 октября 2021).

Содержание

1. Введение 4

2. Математическая логика 5

3. Теория алгоритмов 14

4. Теория множеств 20

5. Ответы 22

6. Литература 23

1. Введение

1.1. Цели и задачи дисциплины

Цель преподавания математической логики и теории алгоритмов в вузе для студентов экономических и организационно-управленческих специальностей – добиться усвоения студентами основ математического аппарата теории алгоритмов, необходимого для решения теоретических и практических экономических и организационно-управленческих задач; привить студентам умение самостоятельно изучать учебную литературу по математике и ее приложениям, подготовить к чтению современной научной литературы и обеспечить запросы других разделов математики и дисциплин, использующих возникающие в математической логике конструкции; развить умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений; повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий, а также начальные навыки прикладных исследований.

Задачи дисциплины:

– развить у студентов логическое и алгоритмическое мышление,

– познакомить студентов с идеями и методами математической логики,

– привить студентам опыт работы с математической и связанной с математикой научной и учебной литературой,

– привить студентам опыт решения задач с использованием инструментариев математической логики и теории алгоритмов.

1.2. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент ***должен***:

Знать:

основные понятия и методы математической логики в объеме необходимом для профессиональной деятельности;

Уметь:

использовать методы теории алгоритмов для решения организационных и управленческих задач;

Владеть:

навыками применения инструментария математической логики и теории алгоритмов в профессиональной деятельности.

Математическая логика

Занятия 1-2. Логика высказываний

1. Записать логической формулой следующие высказывания:
а) если завтра не будет дождя и будет тепло, то можно поехать за город;
б) студент пишет шпаргалки в том и только том случае, когда завтра экзамен;
в) если функция не является непрерывной, то она недифференцируема;
г) эту картину написал или Пикассо, или Дали, но не Малевич;
д) если в ΔABC $\angle A=90^{\circ}$ и стороны AB и AC равны, то $\angle B=45^{\circ}$.
2. Пусть p означает высказывание « Я люблю кино», q – «Мой друг любит спорт». Записать в виде словесных высказываний следующие формулы:
а) $p \wedge \neg q$;
б) $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge q)$.
3. Пусть p означает высказывание «На улице жарко», q – «Погода хорошая». Записать в виде словесных высказываний следующие формулы:
а) $\neg p \wedge q$;
б) $p \vee \neg q$.
4. Проверить истинность высказывания:

а) $P \to (Q \wedge R)$, если $P \to Q = И$, $P \to R = И$.

б) R, если $P = И$, $(P \vee Q) \to R = И$.

в) $(P \vee Q) \to R$, если $P \to (Q \wedge R) = И$, $\overline{R} = И$, $Q = И$.

5. Проверить истинность высказывания:

а) Чтобы завтра пойти на занятия, я должен встать рано. Если я сегодня пойду в кино, то лягу спать поздно. Если я лягу спать поздно, то встану поздно. Следовательно, либо я не пойду в кино, либо не пойду на занятия.

б) Я пойду либо в кино, либо в бассейн. Если я пойду в кино, то получу эстетическое удовольствие. Если я пойду в бассейн, то получу физическое удовольствие. Следовательно, если я получу физическое удовольствие, то не получу эстетического удовольствия.

6. Установить истинность высказывания: «если Алексей знаком с Борисом и Борис знаком с Викой, то либо Алексей знаком с Викой, либо Алексей не знаком с Викой».

7. На вопрос: «Кто из трех студентов изучал математическую логику?» Получен верный ответ: «Если изучал первый, то изучал и третий, но неверно, что если изучал второй, то изучал и третий». Кто изучал математическую логику?

8. Определите, кто из четырех студентов сдал экзамен, если известно:
если первый сдал, то и второй сдал;
если второй сдал, то третий сдал или первый не сдал;
если четвертый не сдал, то первый сдал, а третий не сдал;
если четвертый сдал, то и первый сдал.

9. Четыре ученицы: Мария, Нина, Ольга и Полина – участвовали в лыжных соревнованиях и заняли четыре первых места. На вопрос, кто какое место занял. Они дали три разных ответа:
– Ольга заняла первое место, Нина – второе.
– Ольга – второе, Поля – третье.
– Мария– второе, Поля – четвёртое.
Отвечавшие при этом признали, что одна часть каждого ответа верна, а другая – неверна. Какое место заняла каждая из учениц?

10. Три друга Олег, Борис и Арсений, окончив институт, разъехались по разным городам. И вот спустя несколько лет, они, встретившись на вечере встречи выпускников, решили разыграть своего товарища. На его вопрос, где они теперь живут, друзья ответили:
Олег: я живу в Екатеринбурге, а Борис – в Мурманске.
Борис: я живу в Волгограде, а Олег – в Мурманске.
Арсений: я живу в Мурманске, а Олег – в Волгограде.
Каждый из них один раз сказал правду и один раз солгал. Где живут Арсений, Борис и Олег?

11. На перекрестке произошло дорожно–транспортное происшествие, в котором участвовали автобус (А), грузовик (Г), легковой автомобиль (Л) и маршрутное такси (М). Свидетели происшествия дали показания инспектору ГИБДД. Первый свидетель считал, что первым на перекресток выехал автобус, а маршрутное такси было вторым. Другой свидетель полагал, что последним на перекресток выехал легковой автомобиль, а вторым был грузовик. Третий свидетель уверял, что автобус выехал на перекресток вторым, а следом за ним – легковой автомобиль. В результате оказалось, что каждый из свидетелей был прав только в одном из своих утверждений. В каком порядке выехали машины на перекресток? В ответе перечислите подряд без пробелов первые буквы названий транспортных средств в порядке их выезда на перекресток, например АМЛГ.

12. Фумико попала в комнату, в которой на столе стоят три пузырька: маленький, средний и большой. На столе лежат записки, на которых написано:
- «в большом пузырьке йод или верно, что в маленьком пузырьке йод и в среднем пузырьке йода нет»;
- «в большом пузырьке йода нет, и в маленьком пузырьке йод есть»;
- «йод в каждом пузырьке»

Фумико подсказали, что все записки либо истинны одновременно, либо ложны одновременно, и хотя бы один пузырёк содержит йод. Для каждого пузырька определите, есть или нет в нем йод.

Занятие 3. Способы задания логических функций

1. Вычислить значение функции $f(x, y, z)$ на наборах $(0, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$ и $(1, 1, 0)$.
а) [illegible] б) [illegible]
в) [illegible].

2. Составьте таблицу истинности для следующих формул:

а) $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$; б) $(\neg p \to q) \vee \neg q$;

в) $(p \to q) \vee (p \to q)$; г) $\overline{pq} \oplus (\bar{p} \to \bar{q})r$.

3. Выяснить какие из следующих формул являются тождественно истинными или тождественно ложными:

а) $\overline{(x \to y) \vee (y \to x)}$; б) $\overline{(\bar{x} \vee \bar{y})(\bar{y} \vee z)} \vee x \vee \bar{z}$; в) $xy(z \vee \bar{z} \vee y)\bar{y}$.

4. С помощью равносильных преобразований упростите формулы:

а) $((p \equiv q) \to (p \vee q))x$; б) $((p \vee q) \to q) \to (p \to q)$;

в) $(q \equiv p) \to (p \to (p \vee q))$.

5. Преобразуйте данную формулу равносильным образом так, чтобы она содержала только операции отрицания и конъюнкции $(p \to (q \to p)) \to (q \to p)$

6. Найти все существенные переменные функции:

а) $f(x,y) = xy \sim x$; **б)** $f(x,y,z) = \bar{x}\,(\bar{y}z \vee yz)$;

в) $f(x,y,z) = (y \vee z) \to yz$.

Занятие 4. Нормальные формы

1. Найти СКНФ и СДНФ функций f_i ($i = 1,2,3,4$), заданных таблицей истинности:

x	0	0	0	0	1	1	1	1
y	0	0	1	1	0	0	1	1
z	0	1	0	1	0	1	0	1
f_1	0	1	0	0	1	1	0	1
f_2	0	0	0	1	1	1	0	0
f_3	1	1	0	1	1	0	0	0
f_4	0	1	0	1	0	0	0	1

2. Указать СКНФ и СДНФ, выражающие следующие функции:

а) $f(x_1, x_2, x_3) = 1 \Leftrightarrow$ ровно две переменные ложны;

б) $f(x_1, x_2, x_3) = 1 \Leftrightarrow$ большинство переменных равно 1;

в) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 4$.

3. Найти СДНФ функции с помощью равносильных преобразований и с помощью таблицы истинности:

а) $\bar{x} \vee \bar{y}$; **б)** $(\bar{x} \sim \bar{y}) \to yz$; **в)** $\overline{(x \oplus y)} \sim z$; **г)** $x \oplus \overline{xyz}$.

4. Найти СКНФ функции с помощью равносильных преобразований и с помощью таблицы истинности:

а) $\bar{x} \to \bar{y}$; б) $xy \vee yz \vee \bar{z}$; в) $x \sim yz$.

Занятие 5. Построение таблиц истинности

1 Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F. Какое выражение соответствует F?

а)

X	Y	Z	F
1	0	0	0
0	1	0	1
0	0	1	0

1) (0 ∧ Y) ∧ (X ≡ Z)
2) (1 ∧ Y) ∧ (X ≡ Z)
3) (0 ∨ ¬Z) ∧ (X ≡ Y)
4) (¬1 ∧ Y) ∧ (X ≡ Z)

б)

X	Y	Z	F
1	1	0	1
1	0	1	1
0	1	1	1

1) ¬X ∧ ¬ Y
2) (X ≡ Y) ∧ Z
3) (X ≡ Y) ∨ Z
4) (¬X ≡ Y) ∨ Z

в)

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	1

1) X ∨ Y ∨ Z
2) X ∧ Y ∧ ¬Z
3) ¬X ∧ Y ∧ ¬Z
4) X ∨ ¬Y ∨ Z

г)

X	Y	Z	F
1	1	0	1
1	0	1	0
0	0	1	1

1) X ∧ Y ∨ Z
2) (X ∨ Y) → ¬Z
3) (¬X ∨ Y) ∧ Z
4) X → ¬Y ∨ Z

2. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F. Каким из приведённых ниже выражений может быть F?

а)

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	F
0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0

1) $x1 \wedge \neg x2 \wedge x3 \wedge \neg x4 \wedge x5 \wedge \neg x6 \wedge \neg x7 \wedge x8 \wedge \neg x9 \wedge x10$

2) $x1 \vee \neg x2 \vee x3 \vee \neg x4 \vee x5 \vee \neg x6 \vee x7 \vee x8 \vee \neg x9 \vee x10$

3) $\neg x1 \vee x2 \vee \neg x3 \vee x4 \vee \neg x5 \vee x6 \vee \neg x7 \vee \neg x8 \vee x9 \vee \neg x10$

4) $\neg x1 \wedge x2 \wedge \neg x3 \wedge x4 \wedge \neg x5 \wedge x6 \wedge \neg x7 \wedge \neg x8 \wedge x9 \wedge \neg x10$

б)

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	F
0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0

1) 

2) 

3) 

4) 

в)

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	F
0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1

1) 

2) 

3) 

4) 

Занятие 6. Преобразование логических выражений

1. Для какого имени ложно высказывание:
(Первая буква имени гласная → Четвертая буква имени согласная).
1) ЕЛЕНА 2) ВАДИМ 3) АНТОН 4) ФЕДОР

2. Какое из приведенных имен удовлетворяет логическому условию: (первая буква гласная –> вторая буква гласная) /\ последняя буква гласная
1) ИРИНА 2) МАКСИМ 3) АРТЕМ 4) МАРИЯ

3. Какое из приведённых имён удовлетворяет логическому условию: (вторая буква гласная → первая буква гласная) /\ (последняя буква согласная)?
1) АЛЕКСЕЙ 2) ПАВЕЛ 3) КСЕНИЯ 4) МАРИНА

4. Для какого из указанных значений X истинно высказывание
$\neg ((X>2) \rightarrow (X>3))$?
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

5. Логическое выражение $\neg Y \vee \neg((X \vee Y) \wedge \neg Y) \wedge X \wedge \neg Y$ максимально упрощается до выражения 1) $X \wedge Y$ 2) $\neg Y$ 3) X 4) 1

6. Какое логическое выражение равносильно выражению $\neg(A \vee \neg B)$?
1) $A \vee B$ 2) $A \wedge B$ 3) $\neg A \vee \neg B$ 4) $\neg A \wedge B$

7. Какое логическое выражение равносильно выражению $\neg(\neg A \vee \neg B) \wedge C$
1) $\neg A \vee B \vee \neg C$ 2) $A \wedge B \wedge C$ 3) $(A \vee B) \wedge C$ 4) $(\neg A \wedge \neg B) \vee \neg C$

8. Для какого из приведённых чисел X истинно логическое условие: ¬((X кратно 5) → (X кратно 25))?
1) 37 2) 59 3) 65 4) 125

9. На числовой прямой даны два отрезка: P = [10, 25] и Q = [0, 12]. Выберите такой отрезок A, что формула $((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$ тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.
1) [10, 15] 2) [20, 35] 3) [5, 20] 4) [12, 40]

10. На числовой прямой даны три отрезка: P = [10, 40], Q = [5, 15] и R=[35,50]. Выберите такой отрезок A, что формула $((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee ((x \in Q) \rightarrow (x \in R))$
тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x.
1) [10, 20] 2) [3, 12] 3) [3, 7] 4) [120, 130]

11. На числовой прямой даны два отрезка: P = [30, 45] и Q = [40, 55]. Выберите такой отрезок A, что обе приведённые ниже формулы истинны при любом значении переменной x:
$(\neg(x \in A) \rightarrow (\neg(x \in P)))$; $((x \in Q) \rightarrow (x \in A))$.
1) [25, 50] 2) [25, 65] 3) [35, 50] 4) [35, 85]

12. На числовой прямой даны два отрезка: P = [30, 50] и Q = [10, 70]. Выберите такой отрезок A, чтобы формула  была тождественно истинна, то есть принимала значение 1 при любом значении переменной *x*. Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет меньшую длину.
1) [27, 33] 2) [27, 53] 3) [7, 33] 4) [7, 53]

13. A, B и C — целые числа, для которых истинно высказывание
$\neg(A = B) \wedge ((A > B) \rightarrow (B > C)) \wedge ((B > A) \rightarrow (C > B))$.
Чему равно B, если A = 45 и C = 43?

14. Составьте таблицу истинности для логической функции
$X = (A \leftrightarrow B) \vee \neg(A \rightarrow (B \vee C))$, в которой столбец значений аргумента A представляет собой двоичную запись числа 27, столбец значений аргумента B — числа 77, столбец значений аргумента C — числа 120. Число в столбце записывается сверху вниз от старшего разряда к младшему (включая нулевой набор).

Переведите полученную двоичную запись значений функции X в десятичную систему счисления.

15. Каково наибольшее целое число X, при котором истинно высказывание
$(10 < X\cdot(X+1)) \rightarrow (10 > (X+1)\cdot(X+2))$?

16. Известно, что для чисел X, Y и Z истинно высказывание
$(Z < X \vee Z < Y) \wedge \neg(Z+1 < X) \wedge \neg(Z+1 < Y)$.
Чему равно Z, если X=25 и Y=48?

Занятие 7. Логические уравнения

1. Сколько различных решений имеет уравнение $J \wedge \neg K \wedge L \wedge \neg M \wedge (N \vee \neg N) = 0$, где J, K, L, M, N — логические переменные?

2. Укажите значения переменных К, L, M, N, при которых логическое выражение
$(\neg(M \vee L) \wedge К) \rightarrow (\neg К \wedge \neg M \vee N)$
ложно. Ответ запишите в виде строки из 4 символов.

3. Сколько различных решений имеет уравнение
$((J \rightarrow K) \rightarrow (M \wedge N \wedge L)) \wedge ((J \wedge \neg K) \rightarrow \neg (M \wedge N \wedge L)) \wedge (M \rightarrow J) = 1$
где J, K, L, M, N – логические переменные?

4. Сколько различных решений имеет уравнение:
$\neg((J \rightarrow K) \rightarrow (L \wedge M \wedge N)) \vee \neg((L \wedge M \wedge N) \rightarrow (\neg J \vee K)) \vee (M \wedge J) = 0$

5. Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, x3, x4, x5, y1, y2, y3, y4, y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?
$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) \wedge (x4 \rightarrow x5) = 1$
$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) \wedge (y4 \rightarrow y5) = 1$
$x1 \vee y1 = 1$

6. Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, x3, x4, x5, y1, y2, y3, y4, y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?
$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) \wedge (x4 \rightarrow x5) = 1$
$(y5 \rightarrow y4) \wedge (y4 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y1) = 1$
$x3 \wedge y3 = 1$

7. Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, x3, x4, x5, y1, y2, y3, y4, y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?
$(x1 \rightarrow x2) \wedge (x2 \rightarrow x3) \wedge (x3 \rightarrow x4) \wedge (x4 \rightarrow x5) = 1$
$(y1 \rightarrow y2) \wedge (y2 \rightarrow y3) \wedge (y3 \rightarrow y4) \wedge (y4 \rightarrow y5) = 1$
$x1 \rightarrow y1 = 1$

8. Сколько существует различных наборов значений логических переменных

x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, x9, x10, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?
(x1 → x2) → (x3 → x4) = 1
(x3 → x4) → (x5 → x6) = 1
(x5 → x6) → (x7 → x8) = 1
(x7 → x8) → (x9 → x10) = 1

9. Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, x8, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?
(x1 ≡ x2) → (x2 ≡ x3) = 1
(x2 ≡ x3) → (x3 ≡ x4) = 1
...
(x6 ≡ x7) → (x7 ≡ x8) = 1

10. Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, x3, x4, x5, x6, x7, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям?
(x1 ≡ x2) → (x2 ≡ x3) = 1
(x2 ≡ x3) → (x3 ≡ x4) = 1
...
(x5 ≡ x6) → (x6 ≡ x7) = 1

Занятие 8. Релейно-контактные схемы

1. Дана функция проводимости релейно-контактной схемы *f*. Построить схему:

а) $f = (\bar{x}y \vee xyz)z$; **б)** $f = (xy \vee \bar{z}y)(x \vee y)$.

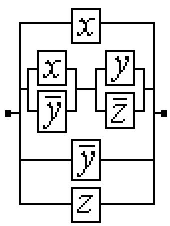
2. Найти минимальную ДНФ и построить р.-к. схему для функции:

а) $f(x, y, z) = (11101010)^T$; **б)** $f(x, y, z) = (x \oplus \bar{z}) \vee xy$.

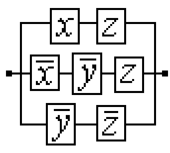
в) $f(x, y, z) = (x \oplus \bar{z}) \vee (xy \to z)$; **г)** $f(x, y, z) = \overline{(\bar{x} \vee \bar{y}z) \oplus (z \to x)}$.

3. Дана релейно-контактная схема. Записать функцию проводимости и упростить схему:

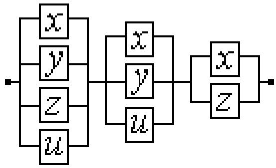
а)



б)



в)



4. Из контактов x,y,z составить схему так, чтобы она имела состояние 1, если не менее двух контактов имеют состояние 1.

Занятие 9. Функционально полные системы логических функций.

1. Найти ДНФ функции f^*, двойственной к данной:

а) $f(x,y,z) = x \vee yz \vee \overline{x}\,\overline{y}z$; **б)** $f(x,y,z) = x\overline{y} \vee z \vee \overline{x}yz$.

2. Применить принцип двойственности к следующим равносильностям:

а) $x \vee 0 = x$; **б)** $x \vee \overline{x}y = x \vee y$; **в)** $x \vee y = xy \oplus x \oplus y$.

3. Найти многочлен Жегалкина для функции:

а) $f(x,y) = (1000)^T$; **б)** $f(x,y,z) = (01101000)^T$;

в) $f(x,y,z) = \bar{x} \vee xy \vee x\bar{z}$; **г)** $f(x,y,z) = (x \sim yz) \to y$;

д) $f(x,y,z) = (zx \oplus \bar{y}) \to (x \sim y\bar{z})$; **е)** $f(x,y,z) = \overline{x\bar{y} \oplus zy} \sim (y \to \bar{x})$

4. Проверить полноту систем функций:

а) $\{\oplus, \sim\}$; **б)** $\{{}^{-}\}$; **в)** $\{\to, {}^{-}\}$; **г)** $\{\vee, \sim, \oplus\}$; **д)** $\{|\}$; **е)** $\{\downarrow\}$.

5. Доопределить функции так, чтобы

а) $f_1 \in M$; **б)** $f_2 \in M$; **в)** $f_3 \in L$; **г)** $f_4 \in L$; **д)** $f_5 \in S$; **е)** $f_6 \in S$; **ж)** $f_7 \in S$, $f_7 \in M$; **з)** $f_8 \in S$, $f_8 \in M$; **и)** $f_9 \in L$, $f_9 \in M$; **к)** $f_{10} \in L$, $f_{10} \in M$; **л)** $f_{11} \in T_0$, $f_{11} \in L$, $f_{11} \in S$;

м) $f_{12} \in T_1$, $f_{12} \in L$, $f_{12} \in S$:

x	y	z	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}
0	0	0	0					1			0			
0	0	1									1			
0	1	0		1	0	1	1	0		1		1	1	

0	1	1	0		0		0							0
1	0	0	1		1	1		1	1			0	0	
1	0	1		0										1
1	1	0			0	1	0	0						
1	1	1				1	0							

Занятие 10. Логика предикатов

1. Пусть $Q : N^2 \to B$ предикат порядка, такой что

$Q(a_1, a_2) = 1 \Leftrightarrow a_1 < a_2$.

Какие из следующих высказываний являются истинными, какие – ложными, а какие – переменными?

а) Q(2,3); б) Q(3,2); в) Q(x,2); г) Q(2,x); д) Q(x,y).

2. Используя предикат Q из задачи 1, записать логической формулой следующие высказывания:

а) Для любого натурального числа найдется натуральное число, которое больше него.

б) Существует натуральное число, меньшее всех других натуральных чисел.

3. Выяснить, истинны или ложны следующие высказывания:

а) $\forall n \in N \;\; \exists k \in N \;\; n = 2k$; б) $\exists n \in N \;\; \forall k \in N \;\; n = 2k$;

в) $\exists n \in N \;\; \exists k \in N \;\; n = 2k$; г) $\forall n \in N \;\; \forall k \in N \;\; n = 2k$;

д) $\forall x \in R \;\; \forall y \in R \;\; \exists z \in R \;\; x + y = z$; е) $\exists x \in R \;\; \forall k \in R \;\; \forall c \in R \;\; kx^2 + c^2 > 0$.

4. Какие вхождения переменных являются свободными, а какие связанными в следующих формулах:

а) $\forall x(P(x,y) \to \forall y Q(y))$; б) $(\forall x P(x,y) \to \forall y R(x,y))$.

5. Найти область истинности предиката:

а) $\exists x(x^2 + y^2 \le 1)$; б) $\forall x(x^2 + y^2 \ge 1)$; в) $\exists x(x^2 + y^2 > 1)$

г) $\forall x(x^2 + y^2 < 1)$; д) $\exists x(y > x^2) \oplus (y \le 1)$, если $x \in R$, $y \in [-2,2]$;

е) $(y \le 5) \sim \forall x(y > x^2)$, если $x \in [-2,2]$, $y \in R$.

Теория алгоритмов

Занятие 11. Машина Тьюринга

1. $T = \begin{cases} q_1 0 \mapsto q_1 0 R; \\ q_1 1 \mapsto q_2 0 R; \\ q_2 0 \mapsto q_0 1 E; \\ q_2 1 \mapsto q_2 1 R. \end{cases}$

2. Пусть число $n \in N$ записывается на ленте машины Тьюринга как $0\underset{n}{1\ldots1}0$.

Написать программу машины T, если:

а) $T(0q_1\underset{n}{1\ldots1}0) = 0q_0\underset{n+1}{1\ldots1}0$;

б) $T(0q_1\underset{n}{1\ldots1}0\underset{m}{1..1}0) = 0q_0\underset{n+m}{1\ldots1}0$;

в) $T(0q_1\underset{n}{1\ldots1}0) = 0q_0\underset{2n}{1\ldots1}0$;

г) $T(0q_1\underset{n}{1\ldots1}0) = 0q_0\underset{n}{1\ldots1}0\underset{n}{1\ldots1}0$;

д) $T(0q_1\underset{n}{1\ldots1}0\underset{m}{1\ldots1}0) = 0q_1\underset{m}{1\ldots1}0\underset{n}{1\ldots1}0$;

е) $T(0q_1\underset{n}{1\ldots1}0) = \underbrace{0101\ldots01}_{2n}q_0 0$.

Занятие 12. Рекурсивные алгоритмы

1. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:
F(1) = 1
F(n) = F(n–1) * n, при n >1
Чему равно значение функции F(5)?

2. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:
F(1) = 3
F(n) = F(n–1) * (n–1), при n >1
Чему равно значение функции F(6)?

3. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

F(1) = 1
F(n) = F(n–1) * F(n–1) − F(n–1) * n + 2 * n, при n >1
Чему равно значение функции F(4)?

4. Алгоритм вычисления значения функции F(n). где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:
F(1) = 1;
F(n) = F(n–1) * (n+1), при n >1.
Чему равно значение функции F(4)?

5. Алгоритм вычисления значения функции F(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:
F(1) = 1
F(2) = 2
F(n) = 2 * F(n–1) + (n – 2) * F(n–2), при n >2
Чему равно значение функции F(6)?

6. Последовательность чисел Фибоначчи задается рекуррентным соотношением:
F(1) = 1
F(2) = 1
F(n) = F(n–2) + F(n–1), при n >2, где n – натуральное число.
Чему равно восьмое число в последовательности Фибоначчи?

7. Последовательность чисел Люка задается рекуррентным соотношением:
F(1) = 2
F(2) = 1
F(n) = F(n–2) + F(n–1), при n >2, где n – натуральное число.
Чему равно восьмое число в последовательности Люка?

8. Последовательность чисел Падована задается рекуррентным соотношением:
F(1) = 1
F(2) = 1
F(3) = 1
F(n) = F(n–3) + F(n–2), при n >3, где n – натуральное число.
Чему равно десятое число в последовательности Падована?

9. Алгоритм вычисления значения функции F(n) и G(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:
F(1) = 0
F(n) = F(n–1) + n, при n >1
G(1) = 1
G(n) = G(n–1) * n, при n >1
Чему равно значение функции F(5) + G(5)?

10. Алгоритм вычисления значения функции F(n) и G(n), где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:
F(1) = 1
F(n) = 2 * G(n–1) + 5 * n, при n >1

$G(1) = 1$
$G(n) = F(n–1) + 2 * n$, при $n >1$
Чему равно значение функции $F(4) + G(4)$?

Занятие 13. Исполнение алгоритмов, записанных на естественном языке

1. Пятизначное число формируется из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5. Известно, что число четное и, помимо этого, сформировано по следующим правилам:
а) на первом месте стоит одна из цифр 1, 2, 3, которой нет на последнем месте;
б) средняя цифра числа — это либо 2, либо 3, либо 5, но не стоящая на первом месте.
Какое из следующих чисел удовлетворяет всем приведенным условиям?
1) 25312 2) 31250 3) 33312 4) 54321

2. Пятизначное число формируется из цифр 0, 5, 6, 7, 8, 9. Известно, что число четное и, помимо этого, сформировано по следующим правилам:
а) на первом месте стоит одна из цифр 5, 6, 8, которой нет на последнем месте;
б) средняя цифра числа — это либо 5, либо 7, либо 9, но не стоящая на первом месте.
Какое из следующих чисел удовлетворяет всем приведенным условиям?
1) 56789 2) 85758 3) 77700 4) 50786

3. Из букв О, С, Л, Ь, М, З, А, И формируется слово. Известно, что слово сформировано по следующим правилам:
а) в слове гласные буквы не стоят рядом;
б) первая буква слова не является гласной и в русском алфавите стоит до буквы «П».
Какое из следующих слов удовлетворяет всем перечисленным условиям?
1) СОЛЬ 2) ОАЗИС 3) ОСЛО 4) МОЛЬ

4. Из букв А, И, З, У, Т, М, К, С формируется слово. Известно, что слово сформировано по следующим правилам:
а) в слове нет подряд идущих двух гласных или двух согласных;
б) первая буква слова в русском алфавите стоит до буквы «К».
Какое из следующих слов удовлетворяет всем перечисленным условиям?
1) АЗИМУТ 2) ТУЗИК 3) МУЗА 4) АИСТ

5. Из букв русского алфавита формируется слово. Известно, что слово сформировано по следующим правилам:
а) в слове нет повторяющихся букв;
б) все буквы слова идут в прямом или обратном алфавитном порядке, исключая, возможно, первую.
Какое из следующих слов удовлетворяет всем перечисленным условиям?
1) ИРА 2) ОЛЬГА 3) СОНЯ 4) ЗИНА

6. Для составления цепочек используются бусины, помеченные буквами A, B, C, D, E. Замыкает цепочку одна из бусин A, B, D. В начале — любая гласная, если третья буква согласная, и любая согласная, если третья гласная. На втором месте — одна из бусин A, B, C, не стоящая в цепочке на первом месте.

Какая из перечисленных цепочек создана по этому правилу?
1) AEC 2) BAD 3) ABA 4) EBB

7. Паша забыл пароль для запуска компьютера, но помнил алгоритм его получения из символов «KBRA69KBK» в строке подсказки. Если все последовательности символов «RA6» заменить на «FL», «KB» — на «12B», а из получившейся строки удалить 3 последние символа, то полученная последовательность и будет паролем:
1) 12BFL91 2) 12BFL9 3) KBFL912BK 4) 12BFL1

8. Митя пригласил своего друга Васю в гости, но не сказал ему код от цифрового замка своего подъезда, а послал следующее сообщение: «В последовательности 4, 1, 8, 2, 6 все числа больше 3 разделить на 2, а затем удалить из полученной последовательности все чётные цифры». Выполнив указанные в сообщении действия, Вася получил следующий код для цифрового замка:
1) 1, 3 2) 1, 1, 3 3) 1, 3, 1 4) 3, 1, 1

9. Для составления цепочек используются разноцветные бусины: темные – синяя (С), зеленая (З) и светлые – желтая (Ж), белая (Б), голубая (Г). На первом месте в цепочке стоит бусина синего или желтого цвета. В середине цепочки – любая из светлых бусин, если первая бусина темная, и любая из темных бусин, если первая бусина светлая. На последнем месте – одна из бусин белого, голубого или зеленого цвета, не стоящая в цепочке в середине. Какая из перечисленных цепочек создана по этому правилу? 1) ЖСГ 2) БГЗ 3) СГЖ 4) ЖБС

10. Автомат получает на вход два двузначных восьмеричных числа. По этим числам строится новое восьмеричное число по следующим правилам.
1. Вычисляются два восьмеричных числа — сумма старших разрядов заданных чисел и сумма младших разрядов этих чисел.
2. Полученные два восьмеричных числа записываются друг за другом в порядке возрастания (без разделителей).
Пример. Исходные числа: 66, 43. Поразрядные суммы: 12, 11. Результат: 1112.
Определите, какое из предложенных чисел может быть результатом работы автомата. 1) 1121 2) 112 3) 73 4) 28

11. Автомат получает на вход два двузначных восьмеричных числа. По этим числам строится новое восьмеричное число по следующим правилам.
1. Вычисляются два восьмеричных числа – сумма старших разрядов заданных чисел и сумма младших разрядов этих чисел.
2. Полученные два восьмеричных числа записываются друг за другом в порядке убывания (без разделителей).
Пример. Исходные числа: 66, 24. Поразрядные суммы: 10, 12. Результат: 1210.
Определите, какое из предложенных чисел может быть результатом работы автомата. 1) 112 2) 2111 3) 129 4) 27

12. Автомат получает на вход два двузначных шестнадцатеричных числа. В этих числах все цифры не превосходят цифру 6 (если в числе есть цифра больше 6,

автомат отказывается работать). По этим числам строится новое шестнадцатеричное число по следующим правилам.
1. Вычисляются два шестнадцатеричных числа – сумма старших разрядов полученных чисел и сумма младших разрядов этих чисел.
2. Полученные два шестнадцатеричных числа записываются друг за другом в порядке возрастания (без разделителей).
Пример. Исходные числа: 66, 43. Поразрядные суммы: A, 9. Результат: 9A.
Определите, какое из предложенных чисел может быть результатом работы автомата. 1) 9F 2) 911 3) 42 4) 7A

13. Саша и Женя играют в такую игру. Саша пишет слово русского языка. Женя заменяет в нем каждую букву на другую букву так, чтобы были выполнены такие правила.
Гласная буква меняется на согласную, согласная – на гласную.
В получившемся слове буквы следуют в алфавитном порядке.
Пример. Саша написала: ЖЕНЯ. Женя может написать, например, ЕНОТ или АБУЧ. Но не может написать МАМА или ИВАН.
Саша написала: КОТ. Укажите, какое из следующих слов может написать Женя.
1) ЕЛЬ 2) ЕНОТ 3) АНЯ 4) ЭЛЯ

14. В некоторой информационной системе информация кодируется двоичными шестиразрядными словами. При передаче данных возможны их искажения, поэтому в конец каждого слова добавляется седьмой (контрольный) разряд таким образом, чтобы сумма разрядов нового слова, считая контрольный, была чётной. Например, к слову 110011 справа будет добавлен 0, а к слову 101100 — 1.
После приёма слова производится его обработка. При этом проверяется сумма его разрядов, включая контрольный. Если она нечётна, это означает, что при передаче этого слова произошёл сбой, и оно автоматически заменяется на зарезервированное слово 0000000. Если она чётна, это означает, что сбоя не было или сбоев было больше одного. В этом случае принятое слово не изменяется.
Исходное сообщение 1101001 0011000 0011101
было принято в виде 1101001 0001001 0011100.
Как будет выглядеть принятое сообщение после обработки?
1) 0000000 0001001 0011100 2) 1101001 0000000 0011100
3) 1101001 0000000 0000000 4) 1101001 0001001 0000000

15. В некоторой информационной системе информация кодируется двоичными шестиразрядными словами. При передаче данных возможны их искажения, поэтому в конец каждого слова добавляется седьмой (контрольный) разряд таким образом, чтобы сумма разрядов нового слова, считая контрольный, была чётной. Например, к слову 110011 справа будет добавлен 0, а к слову 101100 — 1.
После приёма слова производится его обработка. При этом проверяется сумма его разрядов, включая контрольный. Если она нечётна, это означает, что при передаче этого слова произошёл сбой, и оно автоматически заменяется на зарезервированное слово 0000000. Если она чётна, это означает, что сбоя не было или сбоев было больше одного. В этом случае принятое слово не изменяется.

Исходное сообщение 0100100 0001001 0011000
было принято в виде 0100110 0001100 0011000.
Как будет выглядеть принятое сообщение после обработки?

1) 0100110 0000000 0011000
2) 0000000 0001100 0011000
3) 0000000 0000000 0011000
4) 0100110 0001100 0000000

16. В некоторой информационной системе информация кодируется двоичными шестиразрядными словами. При передаче данных возможны их искажения, поэтому в конец каждого слова добавляется седьмой (контрольный) разряд таким образом, чтобы сумма разрядов нового слова, считая контрольный, была чётной. Например, к слову 110011 справа будет добавлен 0, а к слову 101100 — 1. После приёма слова производится его обработка. При этом проверяется сумма его разрядов, включая контрольный. Если она нечётна, это означает, что при передаче этого слова произошёл сбой, и оно автоматически заменяется на зарезервированное слово 0000000. Если она чётна, это означает, что сбоя не было или сбоев было больше одного. В этом случае принятое слово не изменяется.

Исходное сообщение 1101001 0011000 0011101
было принято в виде 1101001 0011101 0011100
Как будет выглядеть принятое сообщение после обработки?

1) 1101001 0000000 0011100
2) 0000000 0011101 0011100
3) 1101001 0011101 0000000
4) 1101001 0000000 0000000

Теория множеств

Занятия 14-16

1. Доказать, что если A есть множество корней уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$ и B={2,3}, то A=B.

2. Доказать, что $\varnothing \neq \{\varnothing\}$.

3. Дано $U = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d, f\}$, $C = \{a, c, e\}$, $D = \{c, d, e, f\}$. Задать перечислением элементов множества:

а) $A \cap B$; **б)** $A \cup C$; **в)** $\overline{D}$; **г)** $C \setminus A$; **д)** $A \setminus C$; **е)** $B \Delta D$; **ж)** $(A \cup \overline{C}) \setminus B$; **з)** $(B \setminus C) \cap \overline{D}$; **и)** $(\overline{A} \cap B) \Delta (\overline{D} \cup C)$.

4. Дано $N_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{a \mid a \in N_{10}, a - \text{четное}\}$,

$B = \{b \mid b \in N_{10}, b \leq 5\}$, $C = \{c \mid c \in N_{10}, c > 3\}$. Задать множества:

а) $\overline{A}$; **б)** $\overline{B}$; **в)** $A \cup C$; **г)** $C \cap B$; **д)** $B \setminus A$; **е)** $C \setminus A$;

ж) $B\Delta C$; **з)** $A\Delta C$; **и)** $\overline{A}\bigcup B$; **к)** $\overline{A\Delta B}$; **л)** $\overline{B}\setminus\left(A\bigcap C\right)$

.**5.** Справедливы ли равенства:

а) $\{e,\ f,\ d\}=\{d,\ e,\ f\}$; **б)** $\{x|\ x\in N,\ x\le 4\}=\{0,1,\ 2,\ 3,\ 4\}$;

в) $\{x|\ x=a+b,\ a\in A,\ b\in B\}=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$, если $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{1,\ 3,\ 4\}$;

г) $\{1,\ 8,\ 27\}=\{1^3,\ 2^3,\ 3^3\}$; **д)** $\{\{a,\ b\},\ \{b,\ c\}\}=\{a,\ b,\ c\}$; **е)** $\varnothing=\{\varnothing\}$.

6. Построить диаграммы Эйлера-Венна для множеств:

а) $\overline{A}\bigcap B$;**б)** $A\bigcap\left(B\bigcup C\right)$; **в)** $\left(A\bigcup B\right)\setminus C$;

г) $\left(A\setminus B\right)\setminus\left(A\setminus C\right)$; **д)** $\left(A\Delta C\right)\bigcup\left(A\Delta B\right)$;

е) $\left(A\bigcup\overline{B}\right)\setminus\left(\overline{C}\Delta A\right)$.

7. Найти булеан множеств:

а) $A=\varnothing$; **б)** $A=\{\varnothing\}$; **в)** $A=\{x\}$; **г)** $A=\{x,\ y\}$;

д) $A=\{m,\ n,\ k\}$; **е)** $A=\{a,\ b,\ c\}$; **ж)** $A=\{-3,\ \sqrt{2},\ 7,\ 0\}$;

з) $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$.

8. В отделе магазина посетители покупали либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и одну коробку конфет. Известно, что было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей, если 12 человек купили и торт, и коробку конфет?

9. В отряде из 40 ребят 30 умеют плавать, 27 умеют играть в шахматы и только пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько ребят умеют и плавать и играть в шахматы?

10. В классе обучаются 42 ученика. Из них 16 участвуют в секции по легкой атлетике, 24 – в футбольной секции, 15 – в шахматной секции, 11 – и в секции по легкой атлетике, и в футбольной секции, 8 – и в легкоатлетической, и в шахматной, 12 – и в футбольной, и в шахматной, а 6 – во всех трех секциях. Остальные школьники увлекаются только туризмом. Сколько школьников являются туристами?

11. В отделе работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. 6 человек знают английский язык, 6 – немецкий, 7 – французский, 4 знают и английский и немецкий, 3 – и немецкий и французский, 2 – и французский и английский, 1 человек знает все три языка. Сколько человек работает в отделе? Сколько из них знают только английский язык? Сколько человек знают только один язык?

12.Среди абитуриентов оценку «отлично» получили: по математике – 48 человек, по физике – 37, по русскому языку – 42, по математике или физике – 75, по математике или по русскому языку – 76, по физике или по русскому языку – 66, по всем трем предметам – 4. Сколько абитуриентов получили хотя бы одну пятерку? Сколько среди них получили только одну пятерку?

13. В конкурсе красоты участвовали 22 девушки. Из них 10 было красивых, 12 – умных и 9 добрых. Только 2 девушки были и красивыми, и умными; 6 девушек были умными и одновременно добрыми. Определите, сколько было красивых и в то же время добрых девушек, если известно, что среди участниц не оказалось ни одной умной, доброй и вместе с тем красивой девушки? Известно, что каждая из девушек обладала как минимум одним из вышеперечисленных качеств.

Ответы

Занятия 1-2

4. а) истинно; **б)** истинно; **в)** ложно **5. а)** не является истинным; **б)** не является истинным. **6.** тождественно истинно **7.** второй **8.** все сдали **9.** Оля – 1, Мария – 2,
Поля – 3, Нина – 4 **10.** Олег – Екатеринбург, Борис – Волгоград, Арсений – Мурманск **11.** АГЛМ **12.** в среднем есть

Занятие 3

3. а) тождественно ложная **б)** выполнимая **в)** тождественно ложная **4. а)** p **б)** $p \to q$ **в)** 1 **5.** $\overline{p \wedge q}$ **6. а)** x, y; **б)** x, z; **в)** y, z.

Занятие 4

3. **а)** $\bar{x}\,\bar{y} \vee \bar{x}y \vee x\bar{y}$; **б)** $\bar{x}\,y\,\bar{z} \vee \bar{x}\,y\,z \vee$ $\vee\, x\,\bar{y}\,\bar{z} \vee x\,\bar{y}\,z \vee x\,y\,z$; **в)** $\bar{x}\,\bar{y}\,z \vee \bar{x}\,y\,\bar{z} \vee x\,\bar{y}\,\bar{z} \vee x\,y\,z$; **г)** $\bar{x}\,y\,\bar{z} \vee \bar{x}\,y\,z \vee \bar{x}\,\bar{y}\,\bar{z} \vee \bar{x}\,\bar{y}\,z \vee x\,y\,z$. 4. **а)** $x \vee \bar{y}$; **б)** $(x \vee y \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})$; **в)** $(x \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee z)$.

Занятие 5.

1. а) 2 **б)** 3 **в)** 1 **г)** 2 **2. а)** 2 **б)** 2 **в)** 3

Занятие 6.

1. АНТОН **2.** МАРИЯ **3.** АЛЕКСЕЙ **4.** 3 **5.** 2) ¬Y
6. 4) ¬A/\B **7.** 2) A /\ B /\ C **8.** 65 **9.** [12, 40] **10.** [120, 130] **11.** [25, 65]
12. [27, 53] **13.** 44 **14.** 171 **15.** 2 **16.** 47

Занятие 7.

1. 30 **2.** 1000 **3.** 8 **4.** 6 **5.** 11 **6.** 9 **7.** 31 **8.** 364 **9.** 16 **10.** 14

Занятие 9.

5. а) $f_1 = (00001111)$; **б)** $f_2 = (00110011)$; **в)** $f_3 = (00001101)$; **г)** $f_4 = (11101111)$;

д) $f_5=(11101000)$; **е)** $f_6=(11001100)$; **ж)** $f_7=(00001111)$; **з)** $f_8=(00110011)$; **и)** $f_9=(01010101)$;

к) $f_{10}=(00110011)$; **л)** $f_{11}=(00110011)$; **м)** $f_{12}=(00001111)$;

Занятие 12.

1. 120 **2.** 360 **3.** 20 **4.** 60 **5.** 142 **6.** 21 **7.** 29 **8.** 9 **.9.** 134 **10.** 89

Занятие 13.

1. 2 **2.** 4 **3.** 4 **4.** 1 **5.** 1 **6.** 4 **7.** 1 **8.** 1 **9.** 1 **10.** 2 **11.** 1 **12.** 4 **13.** 3 **14.** 4 **15.** 2 **16.** 3

Занятия 14-16.

8. 81. **9.** 22. **10.** 12. **11.** 11, 1, 4. **12.** 94, 65. **13.** 1.

Литература

Список основной литературы

1. Игошин, В. И. Математическая логика: учеб. пособие / В.И. Игошин. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 398 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: http://new.znanium.com]. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011691-4. - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/987006 (дата обращения: 29.12.2020). – Режим доступа: по подписке.

Список дополнительной литературы

1. Игошин, В.И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие / В.И. Игошин. — Москва: КУРС; ИНФРА-М, 2019. — 392 с. — (Бакалавриат). - ISBN 978-5-906818-08-9 (КУРС); ISBN 978-5-16-011429-3 (ИНФРА-М, print); ISBN 978-5-16-103684-6 (ИНФРА-М, online). - Текст: электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/product/986940 (дата обращения: 29.12.2020). – Режим доступа: по подписке.

Математическая логика и теория алгоритмов: Методические указания по проведению практических занятий

Составитель Грунина Мария Викторовна

Подписано к печати “__”_______ 2021 г. Формат 84×108/32
Объём 1,4 уч.-изд.л. Тираж 100 экз.

Издательский центр НГАУ
630039, Новосибирск, ул. Добролюбова, 160